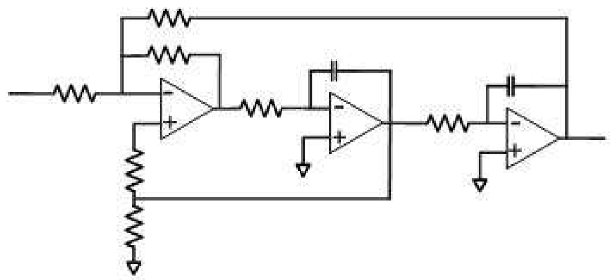
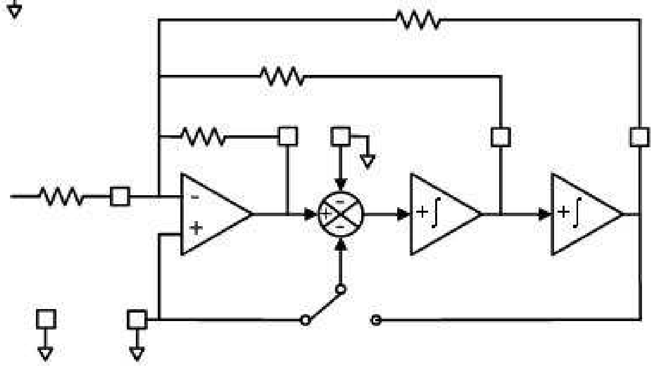
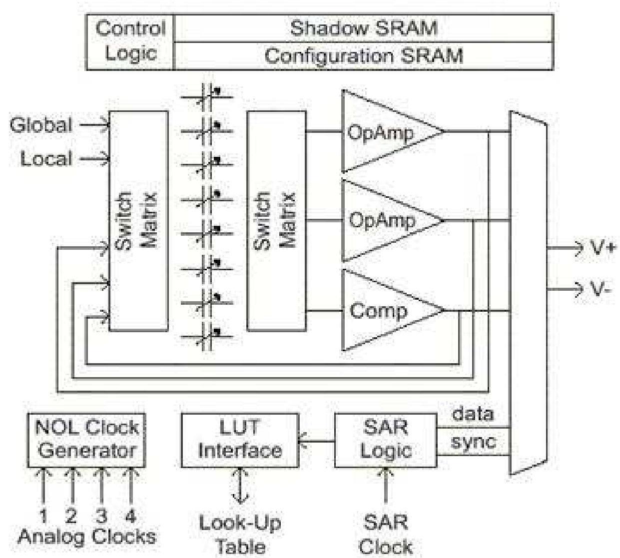
Filtros analógicos: clásicos, basados en Capacitor Conmutado y con FPAA

Filtros analógicos: clásicos, basados en Capacitor Conmutado y con FPAA







Primera Edición
2014

Angel C. Veca **Alberto A. Lage** **Mario D. Ruiz Noguera**

Filtros analógicos: clásicos, basados en Capacitor Conmutado y con FPAA
Angel C. Veca, Alberto A. Lage, Mario D. Ruiz Noguera

Veca, Angel César
Filtros analógicos: clásicos, basados en Capacitor Conmutado y con FPAA . - 1a ed. - Ciudad Autónoma de Buenos Aires : el autor, 2014.
E-Book.

ISBN 978-987-33-6154-8

1. Electrónica. I. Título
CDD 621.381

Fecha de catalogación: 30/09/2014

Libro de edición argentina

Angel C. Veca
Ingeniero en Electrónica y Doctor en Ingeniería. Títulos otorgados por la Facultad Regional Mendoza, Universidad Tecnológica Nacional (UTN).
http://www.inaut.unsj.edu.ar/person.asp?aveca
aveca@inaut.unsj.edu.ar

Alberto A. Lage:
Ingeniero Electrónico y Doctor en Ingeniería de Sistemas de Control. Títulos otorgados por la Universidad Nacional de San Juan (UNSJ).
http://www.inaut.unsj.edu.ar/person.asp?alage
alage@inaut.unsj.edu.ar

Mario D. Ruiz Noguera
Alumno avanzado de la carrera de Ingeniería Electrónica de la UNSJ
Ayudante alumno en la cátedra de Procesamiento Analógico de Señales, Departamento de Electrónica y Automática, UNSJ,
mariodruiz@gmail.com

*A todos aquellos que con sugerencias,
ideas y críticas, colaboraron sin saberlo, para que esta obra
fuera realidad*

Contenido

Capítulo III

Desajustes y Limitaciones de los Amplificadores Operacionales

Capítulo IV

Filtros Activos de 1er y 2do Orden

Primera parte: Filtros Activos de 1er Orden

Segunda parte: Filtros Activos de 2do orden

Capítulo V

Filtros Activos Basados en Funciones de Aproximación

Capítulo VI

Introducción a la Teoría de la Técnica del Capacitor Conmutado

Capítulo VII

Arreglos Analógicos Configurados por Campo

Anexos

Anexo A: Tablas normalizadas

Prólogo

Esta obra inicialmente se originó por la necesidad de contar con un apunte de apoyo a las clases teóricas y prácticas de la asignatura “Procesamiento Analógico de Señales” de la carrera de Ingeniería Electrónica, Departamento de Electrónica y Automática, Universidad Nacional de San Juan. El programa de la materia estaba orientado al principio en dos grandes áreas de la electrónica analógica: en primer lugar, se daban las bases de funcionamiento del amplificador operacional. En segundo lugar, al estudio y diseño de filtros activos pasa bajos, pasa altos, pasa banda y suprime banda clásicos y, posteriormente a la conexión de estos en cascada mediante el empleo de las funciones de aproximación Butterworth, Chebyshev, Bessel y Cauer. Finalmente del curso se daban algunas ideas sobre filtros de estructura variable, bicuadrados y los basados en la técnica de capacitor conmutado.

Luego, se modificó el programa a fin de dedicarle más tiempo a la temática de los filtros. Ampliamos el contenido sobre estos últimos, agregamos al principio del curso conceptos básicos sobre señales y sistemas y de los amplificadores operacionales, se dejó sólo el concepto de funcionamiento, aprovechando que el tema se daba con profundidad en otra materia.

Después de tres años de ir modificando y aportando nuevo material teórico, nos dimos cuenta que contábamos con el suficiente material para convertirlo en un texto que sirviera de guía de estudio no sólo para nuestros alumnos, sino también para cualquier lector interesado en el tema. La estructura de esta obra es la siguiente:

En el capítulo I, se hace, desde el punto de vista teórico, una revisión de las señales de uso frecuente y de los sistemas lineales. Se pretende que como resultado de los conocimientos adquiridos, se puedan generar señales en ambiente de simulación, para la excitación de circuitos analógicos.

Los capítulos II y III están dedicados fundamentalmente a aquellos lectores que no han realizado o que se encuentran realizando simultáneamente un curso introductorio a los amplificadores operacionales. Al comienzo del capítulo II se recuerda, haciendo especial hincapié, en las cuatro topologías básicas de amplificadores, conocimiento necesario a la hora de la materialización del filtro para una aplicación específica. En el capitulo III, se aborda el tema de desajustes y limitaciones de los amplificadores operacionales reales, poniendo énfasis en el producto de ganancia por ancho de banda y en el slew-rate.

En el capítulo IV se aborda el tema central del texto: filtros activos de primer y segundo orden. Se parte del modelo genérico propuesto por Sallen Key y a partir de él, se generan todas las variantes de filtros activos. Al finalizar cada variante se resuelve un ejercicio de implementación y se simula la respuesta. En los casos de existir diferentes alternativas de diseño, al final

del mismo se usa una simulación, para comparar y corroborar las diferencias que se desprenden de la teoría para cada una de las variantes. Al final del capítulo, se analizan las arquitecturas de los filtros de variable de estado y bicuadrados. En función de éstos se citan los filtros universales que se encuentran disponibles en el mercado que permiten construir filtros con reducido número de componentes externos.

El diseño de filtros activos en cascada se aborda en el Capítulo V. Se revé las funciones de aproximación de Butterworth, Chebyshev, Bessel y Cauer aplicándolas para generar todas las variantes de filtros estudiados en el capítulo anterior.

El Capítulo VI está dedicado a los fundamentos de la técnica de capacitor conmutado. Se revé los fundamentos y se aplica la teoría a los filtros de estructura variable y bicuadrados estudiados en el capítulo IV. El final del capítulo se analizan las prestaciones del filtro LMF100, diseñado para construir en su interior cualquier variante de filtros activos de hasta 4to orden.

Finalmente, en el Capítulo VII se muestran las ventajas que permiten a la hora del diseño de sistemas analógicos complejos, el uso de los “Arreglos Analógicos Configurados por Campo” (FPAA). Al principio se muestra la evolución tecnológica necesaria para arribar a esta instancia de hardware configurable por software. A continuación de analizan los productos desarrollados por las firmas Zetex, Lattice y Anadigm. Posteriormente, se profundiza el estudio del FPAA y del sistema de desarrollo de Anadigm. Al final del capítulo se muestra un ejemplo de aplicación real de pre-procesamiento de señales sísmicas. Este capítulo será muy novedoso al lector ya que, a la hora de escribir estas líneas, los únicos antecedentes en idioma español en América del sur se encuentran en la Universidad del Valle de Colombia y en nuestro departamento.

A lo largo de los capítulos se puede observar que en los ejemplos desarrollados, de una forma u otra, se comparan las características de diferentes amplificadores comerciales. La idea es que el lector, en función de la información dada por el fabricante en la hoja de datos, desarrolle criterios y habilidades para seleccionar el componente activo, que mejor se adapte a cada aplicación.

Otro aspecto importante que le hemos dado mucha importancia en los ejemplos, es el rango de frecuencias en que puede operar un sistema analógico. Se hacen aplicaciones en bajas, medias y altas frecuencia. Esto apunta a mostrar que el universo de aplicación no sólo se encuentra en el área del audio, sino que, es mucho más amplio.

A diferencia de la mayoría de los textos similares que emplean como simulador el Pspice, en esta obra, usamos el Simetrix Las razones de esta

elección se debe, por un lado, a que se trata de un excelente simulador, los resultado obtenidos en la simulación coinciden con los que se obtienen a la hora de implementar el circuito. Por otro lado, se trata de un software de libre circulación que se actualiza con el paso del tiempo y admite modelos realizados originalmente con el Pspice. Por último, en el caso de necesitar volcar los gráficos de simulación a un editor de texto, el propio software se encarga automáticamente de generar líneas diferentes para cada grafica, lo que simplifica en gran medida el trabajo de inserción de una imagen. El lector que ha trabajo con Pspice encontrará muy pocas diferencias en la operación del Simetrix.

Finalmente, somos consientes que están faltando dos temas de suma importancia, tratamiento del ruido y análisis de la sensibilidad del filtro ante la variación de parámetros. No cabe duda que lo tendremos en cuenta en una futura edición.

Los Autores
San Juan, Argentina, Septiembre de 2014

Na Arean estaba sentado solo en el espacio como una nube que flota en la nada. No dormía porque no había el sueño; no tenía hambre porque todavía no había hambre . Estuvo así durante mucho tiempo, hasta que se le ocurrió una idea.
Se dijo a si mismo: ¡Voy a hacer una cosa!.
"Mito de Maia", islas Gilbert

Capítulo I
Introducción al Estudio de Señales y Sistemas Analógicos

1.1. Introducción

Los conceptos de señales y sistemas aparecen en una variedad muy amplia de campos. Las ideas y técnicas asociadas con estos conceptos, juegan un rol importante en áreas como comunicaciones, instrumentación, acústica, astronomía, ingeniería biomédica, control de procesos químicos, etc. Si bien la naturaleza física de las señales y sistemas que aparecen en estas disciplinas pueden ser muy diferentes, tienen en común dos características básicas:

Mientras que las señales son funciones de una o más variables y contienen información acerca del comportamiento de algún fenómeno, los sistemas responden a señales particulares produciendo a su salida, otras señales. En el área de los circuitos electrónicos, las tensiones y corrientes funciones del tiempo, son ejemplos de señales, mientras que el circuito es, un claro ejemplo de sistema que responde a esas tensiones y corrientes que se aplican a su entrada, transformándolas y enviando un resultado en su salida.

En el caso del piloto de una aeronave cuando requiere que la misma gire, dirige la palanca de comando hacia el lado a donde quiere girar. Aquí, el sistema es la aeronave, la entrada, la posición de la palanca y la dirección de vuelo, representa la respuesta del sistema. Las variables asociadas a la palanca representan las señales de comando. Otros ejemplos de señales y sistemas que podemos citar son: cambio de la presión de aire, variación diaria de la temperatura, electrocardiograma, moduladores y demoduladores de AM y FM.

Las señales representan información. A menudo, no entregan su información en forma directa y además, pueden contener perturbaciones que hacen más complicada la tarea de extracción de la información. En este contexto, el procesamiento de señales es la base para la amplificación, extracción, almacenamiento y/o transmisión de la información útil. Las señales eléctricas son las que se adaptan a tales procesamientos, y de hecho lo más común es convertir las señales a forma eléctrica para su procesamiento.

Si avanzamos un poco más, podemos decir que un sistema analógico es una entidad que procesa o filtra la señal de entrada. El término filtro se crea a menudo para indicar sistemas que modifican de alguna forma específica las señales, por ejemplo, suprimiendo algunas componentes de frecuencia.

En la práctica, ningún proceso de medición de señales está libre de perturbaciones o ruidos. Entonces las señales se pueden estar compuestas por una parte deseable y otra que no lo es (típicamente llamado ruido).

El análisis de señales y sistemas analógicos son la base del edificio del procesamiento analógico. El conocimiento de ellos permitirá modelar sistemas para aplicaciones específicas, generar señales para excitar circuitos teóricos y prácticos, optimizarlos y conocer los límites reales. Los conocimientos adquiridos en este capítulo serán de gran utilidad en el estudio de los filtros activos.

Al principio se clasificarán y se analizarán las señales de uso corriente. A continuación, con las mismas señales se trabajará con las operaciones básicas tales como escalado temporal y de amplitud. Posteriormente se abordará el tema de señales periódicas y las operaciones que pueden realizarse con ellas. Se hará referencia a las señales de potencia y señales de energía. También se hará breve referencia a los sistemas analógicos. En base a los conocimientos adquiridos, se realizará el estudio completo de la envolvente de una señal de amplitud modulada.

1.2. Clasificación de las señales

1.2.1. Introducción

En primer lugar, clasificaremos las señales en dos grandes grupos de acuerdo a su naturaleza: continua o discreta.

Definición I:

Una señal cuya amplitud varía continuamente con el tiempo, se llama analógica.

Definición II:

Si el tiempo asume sólo valores discretos y las amplitudes pueden adoptar un número finitos de niveles a valorar, estamos ante el caso de una señal digital.

En la Tabla I se muestran la notación y las características fundamentales de los cuatro tipos de señales.

Señal	Notación	Características
Analógica	x(t)	Tiempo continuo y amplitud continua
Muestreada	$X_S[n]$	Tiempo discreto y amplitud continua
Cuantificada	$X_{Q(}t)$	Tiempo continuo y amplitud discreta
Digital	$X_Q[n]$	Tiempo discreto y amplitud discreta

Tabla I. Clasificación general de señales

En la Fig. 1.1 podemos ver un ejemplo de una misma señal que partiendo de una génesis analógica, la podemos transformar en tiempo discreto.

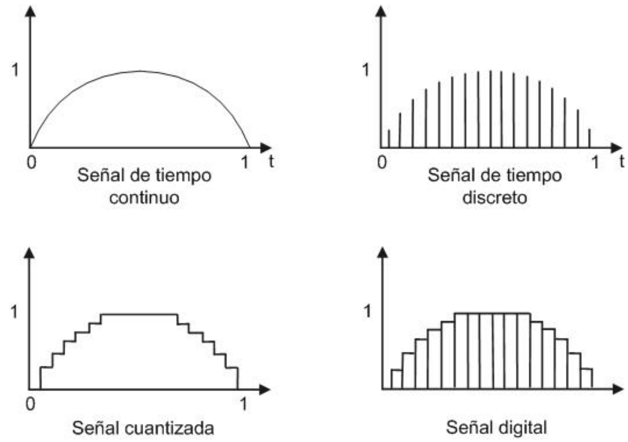


Figura 1.1. Ejemplo de transformación de una señal analógica

1.2.2. Clasificación de señales basada en la duración

Las señales pueden ser de duración finita, semi-infinita o infinita. Las de duración finita son llamadas de tiempo limitado. Las señales de duración semi-infinitas pueden ser:
1- De lado derecho si son cero para $t<t_0$, con t_0 finito
2- De lado izquierdo, vale cero para $t>t_0$ con t_0 finito

La Fig. 1.2 muestra un ejemplo de esta clasificación.

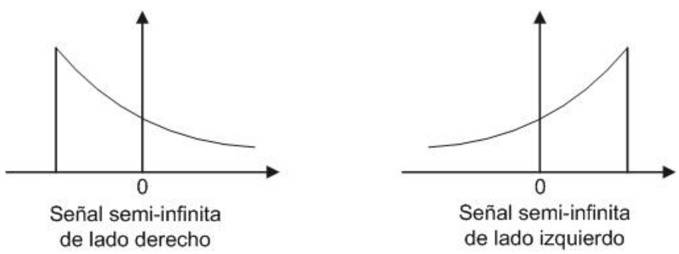


Figura 1.2. Ejemplo de señal semi-infinita

3- Las señales de duración infinita ($-\infty<t<\infty$) son llamadas de dos lados.
4- Las señales que son cero para t<0 son llamadas causales. Una señal causal x(t); t>=0 puede expresarse como x(t)u(t); donde u(t) es la función escalón unitario, definida como:

$$u(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t > 0 \end{cases} \quad (1.1)$$

5- Señales anti-causales: son aquellas que para t>0 son iguales a cero
6- Cualquier otro tipo de señal, debe considerarse no causal.

El término causal se usa en analogía con el concepto de sistema causal: La salida no puede anticiparse a la entrada.

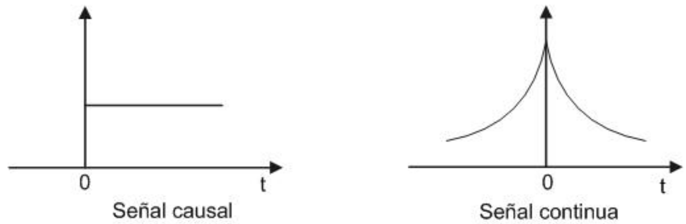


Figura 1.3. Ejemplo de duración infinita y de señal causal

7- Señales continuas a tramos: Son señales que poseen diferentes expresiones (o formulación) en distintos tiempos. Pueden poseer discontinuidades o saltos (Fig. 1.4).

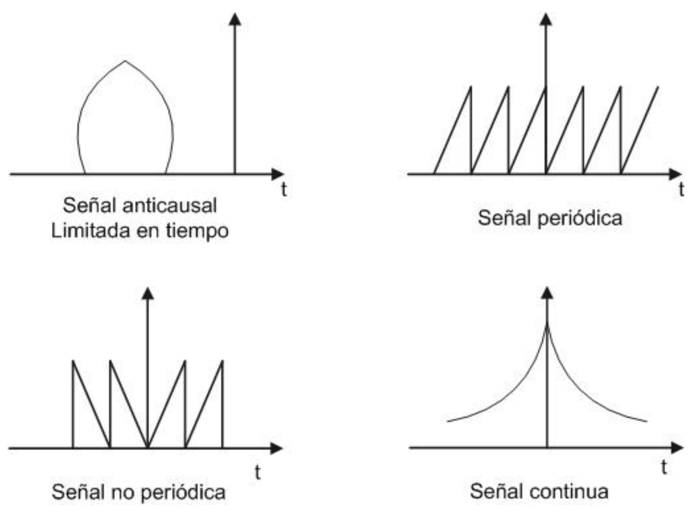


Figura 1.4. Ejemplos de señales periódicas, no periódica, anticausal y continua

Ejemplos: u(t) es discontinua en t=0. La señal $x(t) = e^{(-\lfloor t \rfloor)}$ (ver Fig. 1.6) es discontinua en t=0.

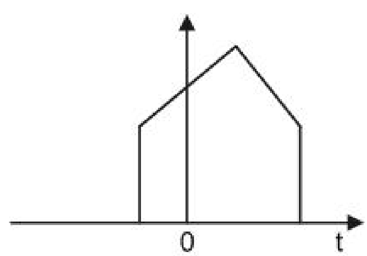


Figura 1.5. Señal continua a tramos

8- Señales singulares: Una señal se dice de singularidad si alguna de sus derivadas es discontinua. Ejemplos de señales de singularidad:

$$x(t) = e^{(-\lfloor t \rfloor)}, \quad con\, derivadas\, en: \quad e^t\, y - e^{-t} \tag{1.2a}$$

$$x(t) = t \cdot u(t), \quad \rightarrow \frac{dx(t)}{dt} = u(t) \tag{1.2b}$$

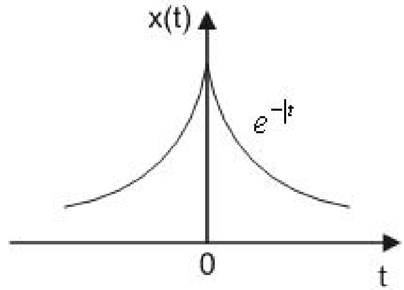


Figura 1.6. Señal continua a tramos

En la Fig. 1.7 se muestran las representaciones gráficas de las funciones anteriores y sus derivadas.

Las señales continuas se definen por una expresión simple sobre todo el tiempo. Entonces x(t) = sen(t) y x(t) = t son continuas, pero x(t) = |t| es continua a tramos porque vale x(t) = t para t > 0 y x(t) = t para t < 0.

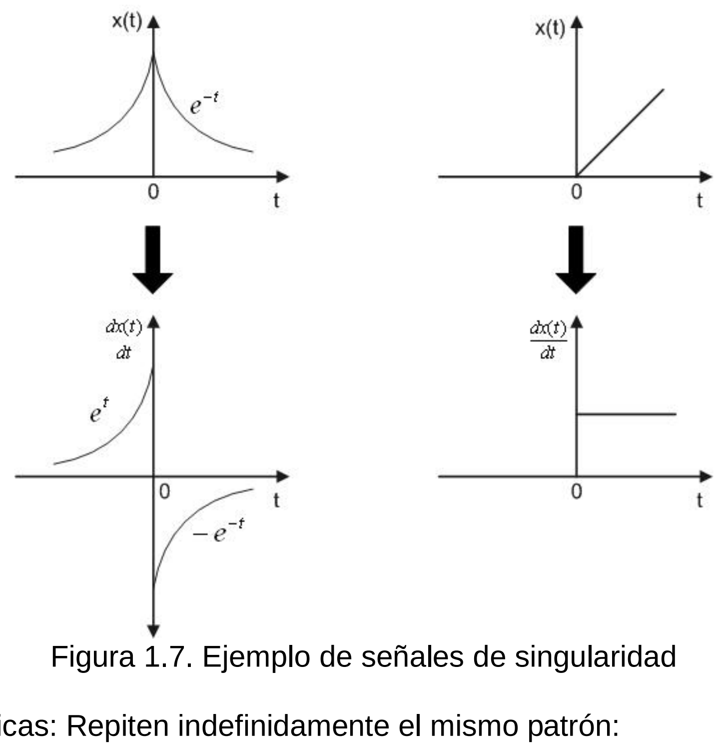


Figura 1.7. Ejemplo de señales de singularidad

9- Señales periódicas: Repiten indefinidamente el mismo patrón:

$$x_p(t) = x_p(t \pm nT), \quad n = par, \quad T = periodo \tag{1.3}$$

Las señales limitadas en tiempo o de un lado, nunca pueden ser periódicas.

1.3. Operaciones con señales

Además de las sumas, restas, productos, las operaciones comunes con señales incluyen desplazamiento y escalado [1,2]. Desplazamiento temporal: desplaza la función x(t) en el tiempo sin cambiar su forma. Ejemplo:

$x(t-2)$, desplaza la señal original a la derecha, (retarda)
$x(t+2)$, desplaza la señal original a la izquierda, (adelanta)

Escalado temporal: ensancha o comprime la señal:

$$x(t) \rightarrow x(\alpha t) \tag{1.4}$$

Con otras palabras, acelera o retarda el tiempo. Ejemplo: x(3t), ($\alpha<1$), es una versión comprimida de X(t), mientras que $x\left(\frac{1}{3}t\right), \quad \alpha < 1$, es una versión ensanchada de x(t).

Reflexión: crea la imagen espejo de x(t) alrededor del eje vertical, esto es,

$$x(-t), \quad \alpha = -1 \tag{1.5}$$

Desplazamiento de amplitud: suma o resta a x(t) la constante k,

$$x(t) \rightarrow \quad x(t) + k \tag{1.6}$$

Esto transforma señales limitadas en tiempo, en señales de duración infinita.

Escalado de amplitud: multiplica (amplifica) de igual forma todos los valores de x(t), no afectando la duración de x(t),

$$x(t) \rightarrow \quad C\,x(t) \tag{1.7}$$

Ejemplos de escalado temporal y escalado de amplitud se muestran en la Fig. 1.8 y Fig. 1.9, respectivamente.

1.4. Clasificación basada en simetría

Simetría Par: espejo de x(t) sobre el eje vertical,

$$x(t) = \quad x(-t) \tag{1.8}$$

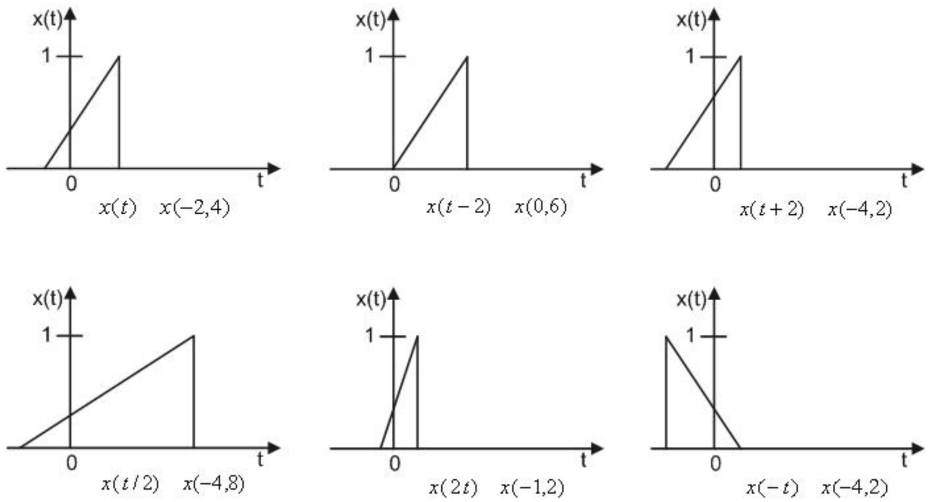


Figura 1.8. Ejemplos de escalado temporal

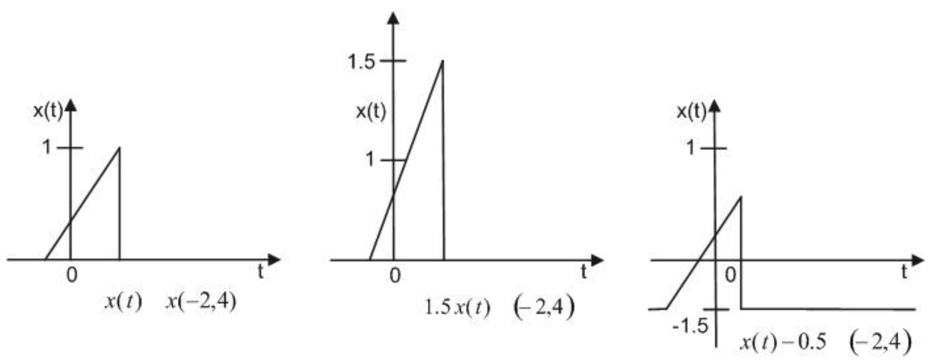


Figura 1.9. Ejemplos de escalado de amplitud

Es invariante ante un escalado o desplazamiento de amplitud. Ejemplo: función cos(t)

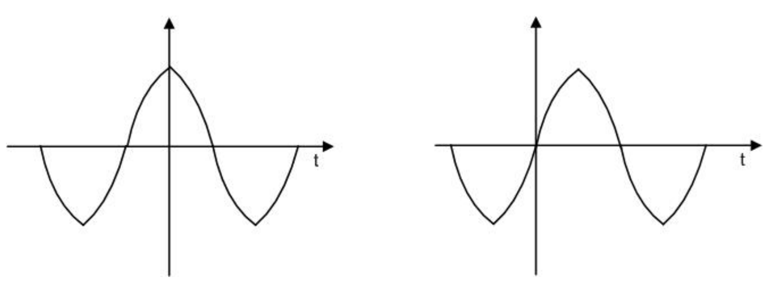


Figura 1.10. Simetría par e impar

Simetría Impar: Simetría respecto del origen, también llamada anti simétrica,

$$\begin{aligned} x(t) &= -x(-t) \\ x(0) &= 0 \end{aligned} \tag{1.9}$$

Es invariante ante un escalado de amplitud o tiempo, pero no ante un desplazamiento de amplitud.

<u>Simetría de media onda:</u> definido sólo para ondas periódicas,

$$x(t) = -x\left(t \pm \frac{T}{2}\right) \tag{1.10}$$

La señal es la misma pero cambia de signo medio periodo más allá,

$$\begin{aligned} x(t) &= -x\left(t \pm nT \pm \frac{T}{2}\right) \\ T &= periodo, \quad n = entero \end{aligned} \tag{1.11}$$

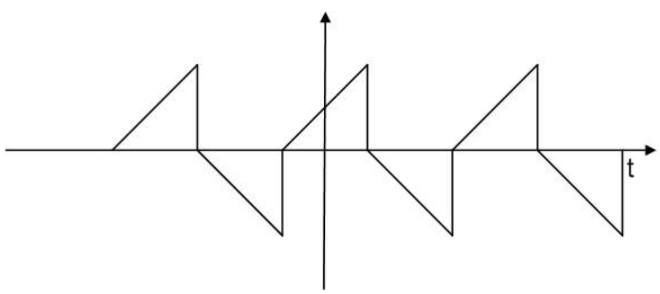


Figura 1.11. Simetría de media onda

1.5. Energía y Potencia

La potencia instantánea [3,4] desarrollada por un resistor R por el que circula una corriente i(t) entre una diferencia de potencial de v(t) volts, se define como:

$$P(t) = v(t)\,i(t) = i^2(t)\,R = \frac{v^2(t)}{R}$$

La energía total desarrollada en el resistor será:

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} P(t)\,dt = R\int_{-\infty}^{\infty} i^2(t)\,dt = \frac{1}{R}\int_{-\infty}^{\infty} v^2(t)\,dt$$

Como se observa, tanto v(t) como i(t) poseen la información, a diferencia del valor constante de R.

Señal de energía y señal de potencia normalizada
Se denomina señal de energía normalizada a:

$$E_x = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 \, dt \qquad (1.12)$$

$|x(t)|^2$ se usa para admitir señales de valor complejo y obtener resultado real. Esta expresión sólo tiene significado si la integral es finita. La señales periódicas tienen energía infinita, entonces no tiene sentido hablar de energía. En este caso, se dice que son señales de potencia.

Potencia de señal normalizada: Es el promedio en el tiempo de la señal de energía en todo el tiempo, se la puede expresar como el límite cuando el periodo de x(t) tiende a infinito:

$$P_x = \frac{\lim}{T_0 \to \infty} \frac{1}{T_0} \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 \, dt \qquad (1.13)$$

Definición válida sólo para señales no periódicas. Para señales periódicas, se toma un periodo,

$$P_x = \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 \, dt \qquad (1.14)$$

Señal de energía y señal de potencia:
Señal de energía: una señal que tiene energía finita se llama señal de energía o señal cuadrada integrable. *Las señales de energía tienen potencia promedio cero, dado que se promedia energía finita sobre un tiempo infinito*.

$$P_x = 0, \quad E_x < \infty \qquad (1.15)$$

Ejemplos
Señales con atenuación exponencial, gaussianas [4] y toda señal de tiempo finito.

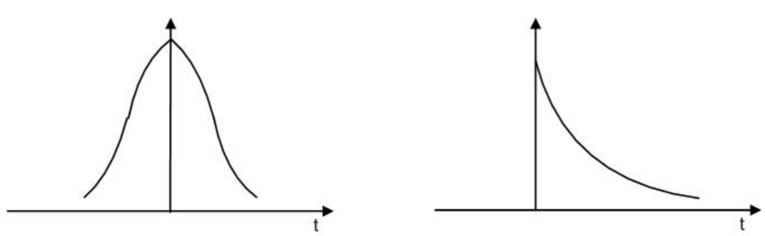


Figura 1.12. Señales de energía

Señal de potencia: son señales de de potencia finita, poseen infinita energía,

$$P_x < \infty, \quad E_x = \infty \tag{1.16}$$

Por ejemplo, señales periódicas, señales de tensión de corriente, etc.

1.6. Señales periódicas

Una señal periódica x(t) de tiempo continuo tiene la propiedad de que hay un valor positivo T para el cual:

$$x(t) = (T + t) \quad para\, todo\, t \tag{1.17}$$

Se define:
Relación útil: relación de ancho de pulso respecto al periodo.
Valor promedio: Área promedio por periodo.
Potencia de señal: Energía producida en el tiempo por periodo.
Valor RMS (o valor eficaz): Se define como la $\sqrt{P_x}$ y corresponde a una señal continua con igual potencia que x(t):

$$X_{AV} = \frac{1}{T}\int_T x(t)\,dt; \quad P_x = \frac{1}{T}\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2\,dt$$
$$Xrms = \sqrt{P_x} \tag{1.18}$$

Ejemplo:
Una señal senoidal de tensión tiene un valor pico de 311 Volts, un valor medio Xrms de 193 Volt y un valor eficaz de 220Volt. Ninguna de las propiedades cambia si x(t) es escalada en tiempo o desplazada en tiempo,

$$X_{AV} \leq rms = \sqrt{P_x}, \quad siempre \tag{1.19}$$

1.7. Combinación de señales periódicas

El periodo común T de una combinación de señales periódicas, es la menor duración en la cual cada componente completa en un número entero de ciclos. Es decir, que es el mínimo común múltiplo de los periodos individuales. La frecuencia fundamental f es el recíproco de T e igual al máximo común divisor de las frecuencias individuales. Se pueden encontrar estos valores sólo para combinaciones de señales, en las cuales los periodos o frecuencias forman fracciones racionales (relaciones de enteros), se dice que son conmensurables, por ejemplo: los periodos $\frac{3}{7}, 4\ y\ \frac{5}{8}$ son conmensurables. También lo son $\frac{3}{7}\pi, 4\pi\ y\ \frac{5}{8}\pi$ porque su relación es una función racional.

1.8. Señales cuasi periódicas

Para combinaciones no conmensurables como $x(t) = 2\cos(\pi t) + 4\,sen\,(3t)$ donde las relaciones de periodos o frecuencias no son racionales, no existe un periodo común. Estas señales se denominan cuasi periódicas.

1.9. Señales básicas de tiempo continuo

Hay un conjunto de señales de tiempo continuo de particular importancia ya que, por un lado existen en forma natural y por otro, sirven como bloques básicos a partir de los cuales podemos construir otras señales y también usarlas para el ensayo de sistemas analógicos. Estas señales son:

- Exponencial Compleja
- Senoidal
- Escalón Unitario
- Impulso

1.9.1. Señal de tiempo continuo Exponencial Compleja

La definición matemática de la función exponencial es: la función $f:\Re \rightarrow \Re$, definida por

$$f(x) = e^{x}$$

cuyas propiedades son:

a) f es continua en todo R, biyectiva (es inyectiva y sobreyectica, es decir, admite inversa) de $\Re$ en $\Re^{+}$, y estrictamente creciente.
b) f está acotada inferiormente por 0; de hecho, $e^{x} > 0$ para cada $x \in \Re$.
c)

$$e^{0} = 1, e^{x+y} = e^{x}\,e^{y}, e^{x-y} = \frac{e^{x}}{e^{y}}, \left(e^{x}\right)^{y} = e^{xy}$$

d) $\lim\limits_{x \to -\infty} e^{x} = 0, \lim\limits_{x \to +\infty} e^{x} = +\infty$

A partir de lo visto, la señal exponencial compleja de tiempo continuo se define como:

$$x(t) = C\,e^{\alpha t} \qquad (1.20)$$

donde C y α representan la constante de amplitud y de atenuación de la exponencial, respectivamente. En general son números complejos. Si C y α son números reales, la señal presenta dos comportamientos según el signo de α:

Si $\alpha > 0$, a medida que t se incrementa, x(t) también lo hace, se dice que se trata de una exponencial creciente. Este caso describe entre otros, fenómenos de explosiones, crecimiento de bacterias en una población, carga de un circuito RC, respuesta de

sistemas mecánicos y electrónicos no amortiguados, etc.

Si $\alpha < 0$, a medida que t se incrementa, x(t) disminuye, se dice que se trata de una exponencial decreciente. Este caso describe entre otros, fenómenos de difusión e intercambio iónico y de líquidos a través de membranas biológicas, descarga de circuitos RC, atenuación de energía por absorción en procesos acústicos, variación de la resistencia en un sensor fotoeléctrico en la puesta del sol, respuesta de sistemas mecánicos y electrónicos amortiguados.

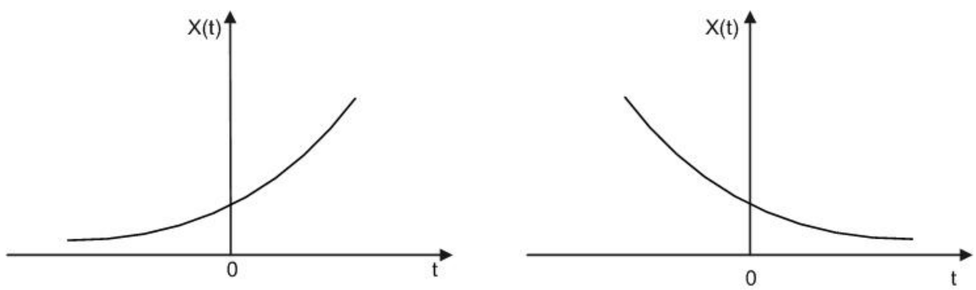


Figura 1.13. Exponencial real de tiempo continuo

Si $\alpha = 0$, x(t) es una constante.

En el caso de imponer la condición:

$$x(t) = e^{jwt} \tag{1.21}$$

obtenemos por la expresión (1.17) una señal periódica si:

$$e^{jwt} = e^{jw(T+t)} \tag{1.22}$$

entonces,

$$e^{jw(T+t)} = e^{jwT}\, e^{jwt}$$

debemos tener que:

$$e^{jwT} = 1 \tag{1.23}$$

En el caso de tener w = 0, x(t) = 1 que es periódica para cualquier valor de T. En caso contrario, el periodo está dado por:

$$T = \frac{2\pi}{|w|} \tag{1.24}$$

De acuerdo a lo anterior, $e^{jwt}\, y\; e^{-jwt}$ tienen el mismo periodo.

1.9.2. Señal de tiempo continuo Senoidal

Esta señal que ha sido y es, la más empleada en los sistemas electrónicos y de control, matemáticamente se define conjuntamente con la función coseno de la siguiente manera: las funciones trigonométricas sen; cos, $:\Re \rightarrow \Re$, que presentan las siguientes propiedades:

a) Ambas son continuas en todo $\Re$. Sus recorridos coinciden con el intervalo [-1,1], por lo que son funciones acotadas. No tienen límite ni en $+\infty$ ni en $-\infty$.

b) Son periódicas, ya que: $sen(x+2\pi)=sen(x)$, $\cos(x+2\pi)=\cos(x)$ para todo $x\in\Re$.

c) $sen:\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]\rightarrow[-1,1]$ es biyectiva y estrictamente creciente.

d) $\cos:[0,\pi]\rightarrow[1,-1]$ es biyectiva y estrictamente decreciente.

e) $sen(x)=0$ si y sólo si $x=k\pi$ con k un número entero, $sen(x)=1$ si y sólo si $x=\frac{\pi}{2}+2k\pi$, con k un número entero, $sen(x)=-1$1 si y sólo si $x=\frac{3\pi}{2}+2k\pi$ con k un número entero.

f) $\cos(x)=0$ si y sólo si $x=\frac{\pi}{2}+k\pi$ con k un número entero, $\cos(x)=1$ si y sólo si $x=2k\pi$ con k un número entero, $\cos(x)=-1$1 si y sólo si $x=(2k+1)\pi$ con k un número entero.

g) Seno es impar: $sen(-x)=-sen(x)$ para todo $x\in\Re$. Coseno es par: $\cos(-x)=\cos(x)$ para todo $x\in\Re$.

Como señal, tenemos:

$$\begin{aligned} &x(t)=A\cos(wt+\phi)\\ &ó\\ &x(t)=A\cos(2\pi f+\phi) \end{aligned} \qquad (1.25)$$

donde A, f y ϕ representan la amplitud, la frecuencia de oscilación y fase relativa de la señal.

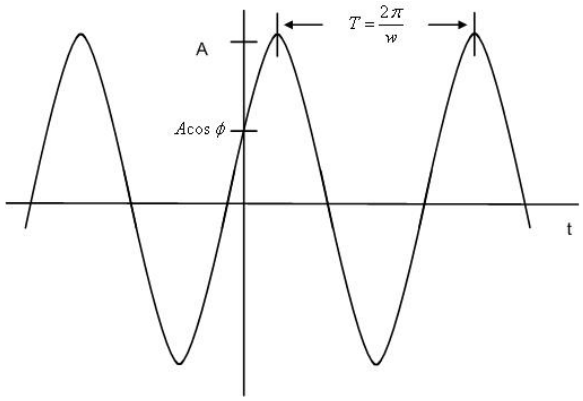


Figura 1.14. Señal senoidal de tiempo continuo

El periodo T para un recorrido de 2π es $T = 2\pi/w$. Con esta señal se modelan las repuestas de los sistemas electrónicos y mecánicos con amortiguamiento nulo, las variaciones de presión por la oscilación de una tecla de piano, la excitación de tensión o corriente de un circuito electrónico. La Ecu. (1.21) puede expresarse de acuerdo a la ecuación de Euler:

$$e^{jwt} = \cos wt + j\, sen\, wt \tag{1.26}$$

Se representa la Ecu. (1.21) en términos de señales senoidales con el mismo periodo fundamental. A partir de esto, la expresión (1.25) puede escribirse como:

$$x(t) = A\cos(wt + \phi) = \frac{A}{2} e^{j\phi} e^{jwt} + \frac{A}{2} e^{-j\phi} e^{-jwt} \tag{1.27}$$

que puede ser expresada:

$$x(t) = A\cos(wt + \phi) = A\mathrm{Re}\, al\left[e^{j(wt+\phi)}\right] \tag{1.28}$$

Consideremos ahora una exponencial compleja:

$$\begin{aligned} C &= |C| e^{j\theta} \\ &y \\ a &= r + jw \end{aligned} \tag{1.29}$$

Entonces

$$Ce^{at} = |C| e^{j\theta}\, e^{j(r+jw)t} = |C| e^{rt}\, e^{j(jwt+\theta)} \tag{1.30}$$

Esta expresión puede expandirse usando la relación de Euler,

$$\begin{aligned} Ce^{at} &= |C|e^{rt}\cos(wt+\theta) + j|C|e^{rt}sen(wt+\theta) \\ &= |C|e^{rt}\cos(wt+\theta) + j|C|e^{rt}\cos\left(wt+\theta-\frac{\pi}{2}\right) \end{aligned} \tag{1.31}$$

De acuerdo al valor de r, tenemos tres casos:

1- Para r = 0,

$$Ce^{at} = |C|\cos(wt+\theta) + j|C|\cos\left(wt+\theta-\frac{\pi}{2}\right) \tag{1.32}$$

Obtenemos una señal senoidal.

2- Para r < 0, obtenemos una senoide multiplicada por una exponencial decreciente (Fig. 1.14a).

3- Para r > 0, obtenemos una senoide multiplicada por una exponencial creciente (Fig. 1.14b).

Como observamos, para $r \neq 0$ la exponencial actúa de modulante de la senoide. Los casos de sistemas amortiguados de circuitos RC o sistemas mecánicos de amortiguación son un ejemplo de r < 0. La condición de arranque de un oscilador LC es un ejemplo de r > 0. Se pueden dar casos donde existan las dos condiciones. En el área de los sistemas de ultrasonido, sonar y radar, trabajando con la técnica pulso-eco se da este caso [6].

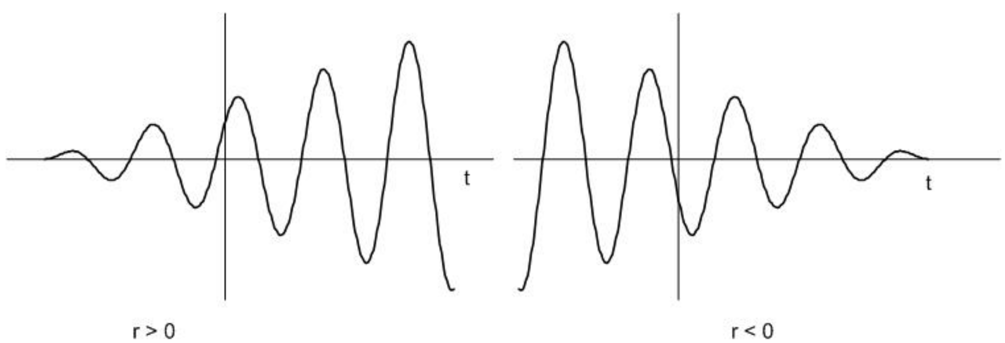


Figura 1.15. Resultado de la expresión (1.31) para r < 0 y r > 0

Una armónica de una señal, es aquella señal cuya frecuencia es un número entero de veces de la original.

$$\begin{aligned} &x(t) = A\,sen(2\pi n f_0 t + \phi) \\ &para\, n \quad entero \geq 2 \end{aligned} \tag{1.33}$$

1.9.3. Señal de tiempo continuo Escalón Unitario

La señal escalón ya fue definida en el apartado 1.2.2 con la Ecu. 1.1. Esta señal es de gran utilidad en la excitación de circuitos para estudiar su comportamiento. Además, en el campo teórico se la emplea para definir a los sistemas causales, esto es, sistemas físicamente realizables. Está íntimamente relacionada con la señal impulso, como se verá a continuación.

1.9.4. Señal de tiempo continuo Impulso

Con la señal impulso completamos este apartado de señales de tiempo continuo muy utilizadas. La delta de Dirac o función delta de Dirac [1,3,4] es una distribución o función generalizada que se define como:

$$\delta_a(x) \equiv \delta(x-a), \begin{cases} 1, & x = 0 \\ 0, & x \neq 0 \end{cases} \tag{1.34}$$

donde a representa al factor de desplazamiento temporal.

En física, la delta de Dirac puede representar la distribución de densidad de una masa unidad concentrada en un punto ***a***. Esta función constituye una aproximación muy útil para funciones picudas y constituye el mismo tipo de abstracción matemática que una carga o masa puntual. En el campo de procesamiento de señales (analógicas y digitales) se la denomina también *función de impulso*. Además, esta función permite definir la derivada generalizada de funciones discontinuas. Esta función está relacionada con el escalón unitario $\delta(t)$, de la siguiente forma:

$$u(t) = \int_0^t \delta(\tau)\, d\tau \tag{1.35}$$

Es decir, u(t) es la integral de la señal impulso unitario, entonces:

$$\delta(t) = \frac{d\, u(t)}{dt} \tag{1.36}$$

Como u(t) es cero en t=0, es decir, es discontinua en t=0, no es diferenciable formalmente. No obstante, podemos analizar la Ecu. (1.35) considerando a u(t) como el límite de una función continua. Para ello, definimos $u_\Delta(t)$ de forma tal que, u(t) es el límite de $u_\Delta(t)$ cuando $\Delta \to 0$, entonces,

$$\delta_\Delta(t) = \frac{d\, u_\Delta(t)}{dt} \tag{1.37}$$

expresión que se gráfica en la Fig. 1.16. Como vemos, $\delta_\Delta(t)$ tiene área unitaria para cualquier valor de de Δ y es cero fuera del intervalo $0 \le t \le \Delta$. A medida que $\Delta \to 0$, $\delta_\Delta(t)$

se hace más angosta y más alta, manteniendo su área unitaria.

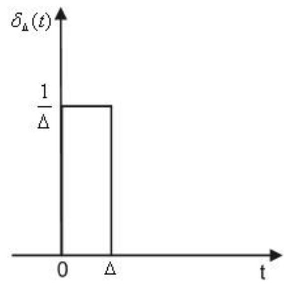


Figura 1.16. Derivada de $u_\Delta(t)$.

Finalmente, surge una pregunta: ¿qué sucede si se multiplica una señal x(t) con el impulso unitario?. Por lo visto tenemos, $x_1(t) = x(t)\,\delta_\Delta(t)$. Para visualizarlo, en la Fig. 1.16 se muestra a x(t) y a $\delta_\Delta(t)$. En la Fig. 1.17 observamos una vista ampliada de la porción diferente de cero del producto. Por construcción, x1(t) es cero fuera del intervalo $0 \le t \le \Delta$. para Δ suficientemente pequeña, de manera que x(t) sea aproximadamente constante sobre el intervalo,

$$x(t)\,\delta_\Delta(t) \cong x(0)\,\delta_\Delta(t)$$

puesto que $\delta(t)$ es el límite de $\Delta \to 0$ de $\delta(t)$, tenemos:

$$x(t)\,\delta(t) \cong x(0)\,\delta(t) \qquad (1.38)$$

En virtud de lo anterior, la expresión de un impulso puesto en un punto arbitrario en el eje de tiempo, es:

$$x(t)\,\delta(t - t_0) = x(t_0)\,\delta(t - t_0) \qquad (1.39)$$

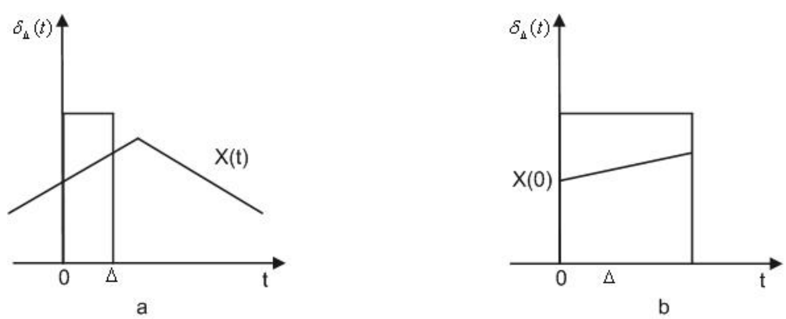


Figura. 1.17. $x_1(t) = x(t)\,\delta_\Delta(t)$

En los procesos de modulación, muestreo, etc. se emplean mucho las expresiones anteriores.

Se demuestra, si x(t) puede ser transformada al dominio de Fourier [1 a 6], esto es,

$$x(t) \Rightarrow X(F)$$

cuando el ancho de $x(t) \to 0$, $X(F) \to \infty$ y la inversa, cuando el ancho $x(t) \to \infty$, $X(F) \to 0$. De ambas se desprende que: cuanto más se acerque x(t) al impulso unitario en el dominio del tiempo, mayor será en ancho de banda (bW) en el dominio de la frecuencia. De esto surgen los denominados sistemas de banda ancha y de banda angosta.

1.10. Aplicación del estudio de funciones a la caracterización de señales

Del estudio del análisis matemático de funciones se utilizan algunas propiedades para aplicarlas al campo de las señales analógicas. Estas propiedades son: máximos, mínimos y puntos de inflexión. Evidentemente, la señal bajo caracterización debe ser derivable. A los máximos y mínimos relativos se les llama extremos relativos y a los máximos y mínimos absolutos se les llama extremos absolutos. También el valor máximo de todas las evaluaciones, corresponde al máximo (o máximos) absoluto; y el valor mínimo de todas ellas corresponde al mínimo (o mínimos) absoluto. Si se deriva una vez la señal, se obtiene el número y la posición de los máximos (mínimos). Derivando por segunda vez, obtenemos (si existen), el o los puntos de inflexión. En el apartado 1.13 se realizará, bajo este punto de vista, el estudio de una señal real de amplitud modulada.

1.11. Sistemas analógicos

En la introducción de este capítulo se definió en forma cualitativa y con ejemplos la naturaleza de los sistemas analógicos. En particular, para nuestro estudio, el sistema consistirá en el análisis y materialización de un filtro analógico para una aplicación específica.

1.11.1. Clasificación de los sistemas analógicos

Como todo sistema, los sistemas analógicos pueden clasificarse de la siguiente manera [1]:

1- <u>Sistemas lineales</u>: cumplen con el principio de superposición, es decir:

$$\begin{aligned} y &= f\{a\,x_1(t) + b\,x_2(t)\} \\ y &= a\,f(x_1(t)) + b\,f(x_2(t)) \end{aligned} \tag{1.40}$$

2- <u>Sistemas no lineales</u>: contienen términos no lineales, por ejemplo:

$$\begin{aligned} y'(t) + sen(t) &= t^2 \\ y''(t) + x(t)\,y(t) &= x(t) \end{aligned}$$

3- <u>Sistemas invariantes</u>: Los coeficientes no dependen del tiempo, pueden depender de x

ó de y, ejemplo:

$$y'(t) + 3y(t) = x(t)$$
$$y(t) = 2x^2(t-2)$$

4- Sistemas variantes: Los coeficientes son funciones explícitas de t, x e y, y pueden tener términos no lineales en t, ejemplo:

$$y'(t) + 3^t\, y(t) = x(t)$$
$$y''(t) + y(t) = x'(2t) + x(t)$$

5- Sistema causal: La respuesta presente del sistema no depende de valores futuros. Sistema no causal: La respuesta presente del sistema depende de los valores futuros de las entradas (salidas).

6- Sistema Dinámico: Sistema representado por una ecuación diferencial. Sistema Instantáneo: Sistema representado por ecuaciones algebraicas, por ejemplo:

$$y(t) = x^2(t) - 2x(t)$$

7- Sistema lineal invariante (LTI): Son aquellos sistemas que se describen con ecuaciones diferenciales con coeficientes constantes, tanto respecto del tiempo como de las variables x e y.

Finalmente citaremos tres definiciones de importancia a la hora de trabajar con sistemas.

- *Análisis de un sistema:* Estudio de la salida conocida la entrada del sistema.
- *Síntesis de un sistema:* Identificación del sistema conocidas la entrada y la salida.
- *Modelo:* Representaciones simplificadas de los aspectos más relevantes del sistema.

1.12. Combinación de señales periódicas

Una propiedad muy interesante de las funciones periódicas es: si se tienen dos funciones periódicas $f_1(x)$ y $f_2(x)$, de periodos T_1 y T_2, y si el cociente entre ellos es racional se puede expresar en forma de fracción:

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{m}{n} \tag{1.44}$$

siendo *m* y *n* números enteros, entonces la suma de ambas funciones $f(x) = f_1(x) + f_2(x)$ también es periódica. Comprobémoslo mediante un ejemplo; consideremos las señales:

$$x_1(t) = sen\,5t$$
$$x_2(t) = sen\,3t$$

El periodo de la primera vale T1 = π2/3 y el de la segunda vale T2 = 2π/5. Si ahora se representa gráficamente la suma de ambas, se tiene:

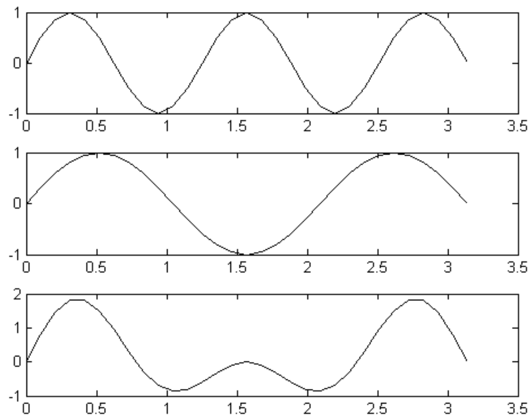


Figura 1.20. x(t) = san 5t+sen3t

Se observa que también es periódica y que su periodo vale 2π. Otra propiedad muy importante de las señales periódicas es la siguiente; si a una función periódica de periodo T1 se le suma (o resta) otra función periódica cuyo periodo T2 de la forma:

$$T_2 = \frac{T_1}{n} \rightarrow T_1 = T_2 n \qquad (1.45)$$

siendo *n* un número entero, entonces el periodo de la suma de ambas señales también es T_1. Veámoslo mediante un ejemplo; consideremos las funciones y = sen t, tiene un periodo T_1 = 2π y el periodo de la segunda, y = sen 3t es T_2 = 2π/3. Se cumple, que T_1 = $3T_2$. Si se representa gráficamente la suma de ambas se obtiene el registro indicado en la parte inferior de Fig.1.21, cuyo periodo es 2π, el mismo, que el de la primera señal, T_1.

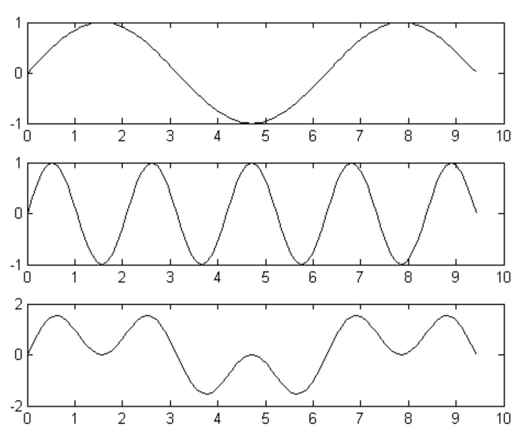


Figura 1.21. x(t) = sen t + sen tx

1.13. Análisis completo de una señal analógica

A continuación se aplicarán conceptos vertidos hasta el momento para realizar el estudio de una señal analógica real de tiempo continuo.

1.13.1. Análisis de una señal modulada en amplitud

Se trata de una señal analógica real que surge de un proceso de modulación compuesto por la naturaleza del sensor usado y por acción del medio donde se propaga. Este ejemplo es un caso típico de sonar, ultrasonido y radar. La Fig. 1.22 muestra un esquema del proceso que forma la señal a estudiar.

Una señal de ultrasonido ingresa a un material y cuando este finaliza, se refleja hacia el transductor (líneas a trazos). Esta técnica de emisión y recepción se denomina Pulso-eco [7].

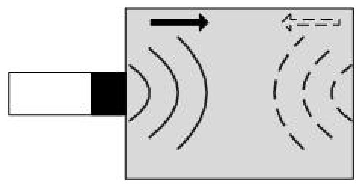


Figura 1.22. Concepto de la técnica pulso-eco

La Fig. 1.23 muestra una idea del sistema de emisión-recepción y en la Fig. 124 se observa una señal típica de eco a la entrada de un sistema de medición de distancias por ultrasonido que opera en 40kHz. El origen de coordenadas corresponde al disparo del sistema, es decir, inicio del tiempo. La señal de eco s(t) está compuesta por una señal de alta frecuencia y amplitud constante (portadora o Rf) y por una modulante m(t) que depende de la respuesta del sensor usado y del objeto donde se reflejó. Entonces:

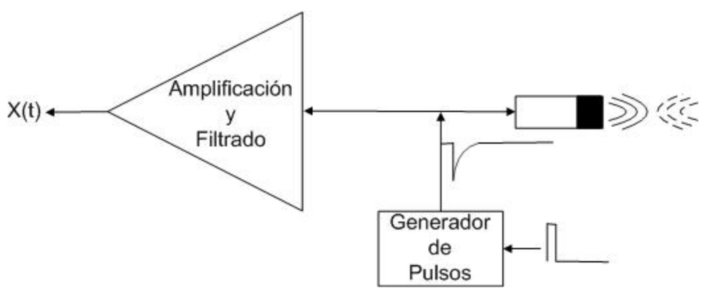


Figura 1.23. Esquema de un sistema de ultrasonido basado en la técnica de Pulso-eco

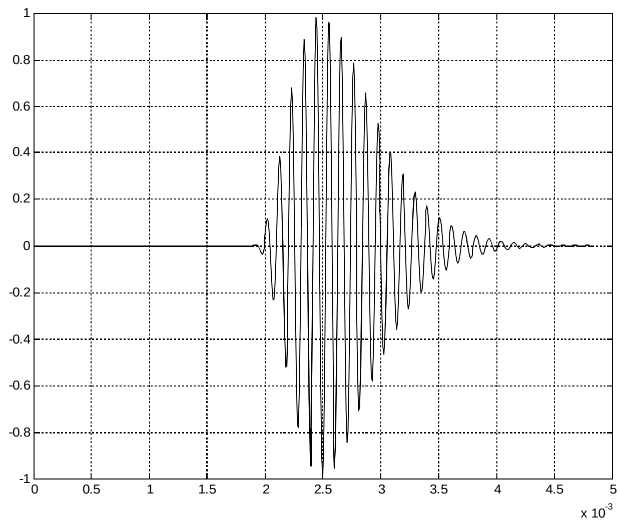


Figura 1.24. Señal de eco a la entrada del amplificador

$$x(t) = Rf(t)\,m(t) \tag{1.46}$$

La portadora se modela como:

$$Rf = sen\left[2\pi\ f_0 (t - tt) + \theta\right] \tag{1.47}$$

donde: f_0 es la frecuencia de trabajo, Φ la fase y tt el tiempo a partir del cual se recibe la señal de eco. A este intervalo de tiempo se lo denomina tiempo de tránsito. Como se aprecia de la observación de la Fig. 1.24. A partir de lo anterior, la Ecu. (1.46) queda:

$$x(t) = m(t)\,sen\left[2\pi\ f_0 \left(t - tt\right)\right] u(t - tt) \tag{1.48}$$

donde u(t-tt) esta indicando que se trata de un proceso físicamente realizable. La expresión de la modulante es un poco más compleja de describir, comenzamos en extraer la envolvente (por un proceso de detección) y nos quedamos con la parte positiva, tal como se muestra en la Fig. 1.23. Se observa que está formada por señales: una ascendente con gran pendiente y otra descendente, con pendiente menor. La parte ascendente esta modelada por una función tipo potencial [8] y, la parte descendente, por una exponencial descendente [7,9].

$$\begin{aligned} &Parte\ ascendente \rightarrow Función\ Potencial \approx t^n \quad \rightarrow \left(t - tt\right)^n \\ &Parte\ descendente \rightarrow Función\ Exponencial \approx e^{-\alpha t} \rightarrow e^{-\alpha\left(t - tt\right)} \end{aligned} \tag{1.49}$$

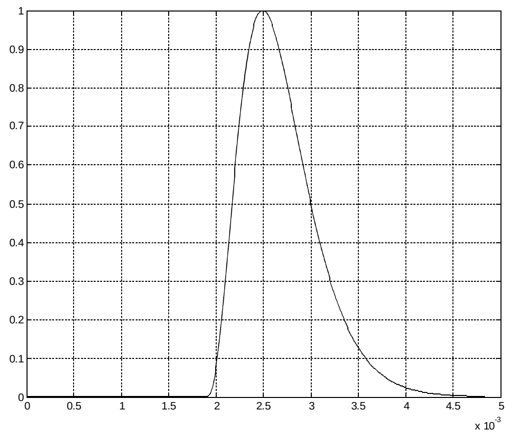


Figura 1.25. Envolvente de la señal

donde: α representa la constante de amortiguamiento del transductor y n una constante que puede tomar valores entre 2 y 3, dependiendo de la frecuencia de trabajo; el primer valor se usa para frecuencias menores o iguales a los 220kHz y toma el valor 3 para frecuencias superiores [10].

De todos los modelos matemáticos que se acercan a la realidad, el propuesto en [9] es el que mejor modela a un sensor de ultrasonido. Esto se debe a que m(t) puede describirse por una función de tipo polinómica truncada [8]. A partir de estas consideraciones, la modulante se expresa como:

$$m(t) = A_0 \left(t - tt\right)^n e^{-\alpha\left(t-tt\right)} \tag{1.50}$$

Entonces, la expresión (1.46) toma la forma:

$$s(t) = A_0 \left(t - tt\right)^n e^{-\alpha\left(t-tt\right)} sen\left[2\pi\, f_0 (t-tt) + \theta\right] u(t-tt) + \eta(t) \tag{1.51}$$

donde η(t) representa al ruido existente en el trayecto. Esta expresión que modela el proceso de un eco. Para obtener toda la información de la señal abría que llevarla al dominio de Fourier, tema que excede los alcances de este capítulo. A continuación, realizaremos el análisis de la señal, obteniendo los parámetros característicos de la modulante.

1.3.2. Análisis de la señal

La Ecu. (1.51) está caracterizada por:

1- De acuerdo a la expresión (1.1) se trata de una señal causal, es decir, una señal que modela un proceso físicamente realizable.

2- Por la expresión (1.25), se trata de una senoide de amplitud A_0, frecuencia f_0 con una fase relativa θ.

3- De acuerdo a la Ecu. (1.31) y (1.49), la senoide está modulada por dos señales, la primera de tipo potencial (para r > 0) y otra, una exponencial decreciente (para r < 0).

1.13.2.1. Extracción de los parámetros fundamentales

Partimos de la relación $n/\alpha = 50$ del sistema real:

<u>*1- Determinación de tiempo al valor máximo*</u>

Para determinar dónde se encuentra el valor máximo de la señal, se obtiene la primera derivada de m(t) (Ecu. (1.50)), se la iguala a cero, obteniendo:

$$t_{\max} = tt + \frac{n}{\alpha} \tag{1.52}$$

De la grafica de la envolvente (Fig. 1.25), se observa que $t_{\max} = 2.5ms$

Para obtener el valor al máximo,

$$s(t)_{\max} = s(t)_{t=t_{\max}} \tag{1.53}$$

$$s(t)_{\max} = s(t)_{t=2.5us} = 1$$

<u>*2- Determinación del instante del tiempo de arribo*</u>

Despejando tt de la expresión (1.52),

$$tt = t_{\max} - \frac{n}{\alpha} \tag{1.52}$$

Reemplazando tmax y α:

$$tt = 1.9ms$$

Si relacionamos esta señal con la carga y descarga de un capacitor, podemos extraer las constantes de tiempo asociadas al proceso de carga y descarga, esto es, extraer los tiempos a los que la amplitud de la señal toma los valores del 63% y 35% de la amplitud máxima. Para este caso:

$$s(t)_{63\%} = 0.63 \rightarrow t_{S(t)=63\%} = 2.2ms$$
$$s(t)_{35\%} = 0.35 \rightarrow t_{S(t)=35\%} = 3.2ms$$

En la figura 1.26 se muestra la señal m(t) y la posición de los parámetros que hemos obtenido.

<u>3- Energía/potencia</u>

De acuerdo a lo visto en el apartado 1.5, se trata de una señal de energía (ver expresión

(1.5)). Entonces, aplicando la Ecu. (1.12):

$$E_m = \int_{-\infty}^{\infty} |m(t)|^2 \, dt$$

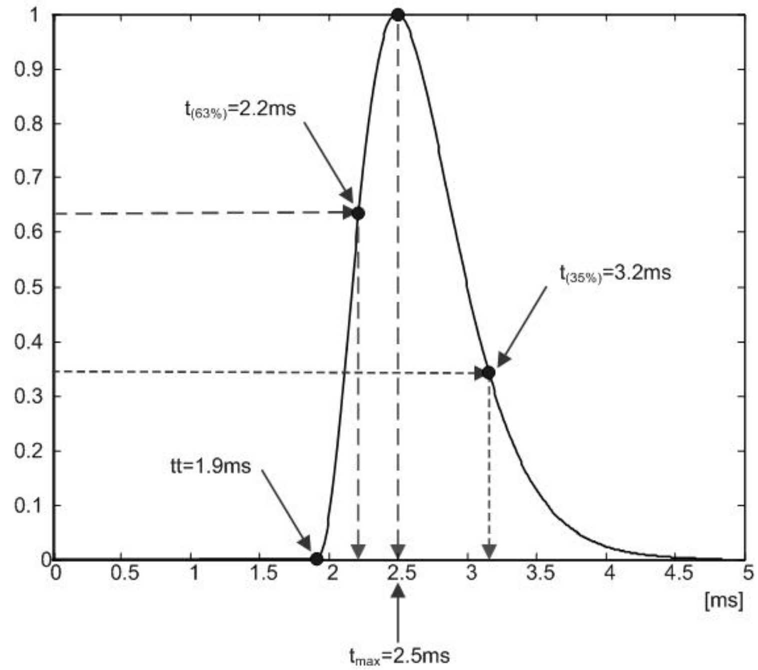


Figura 1.26. m(t) y sus parámetros temporales

Reemplazando la Ecu. (1.50) en la expresión anterior:

$$m(t) = A_0 \, t^{(t-t_0)^n} \, e^{-\alpha(t-t_0)}$$

$$E_m = \int_{-\infty}^{\infty} \left| A_0 t^{(t-t_0)n} \, e^{-\alpha(t-t_0)} \right|^2 dt$$

operando:

$$E_m = A_0^2 \int_{-\infty}^{\infty} t^{(t-t_0)2n} \, e^{-2\alpha(t-t_0)} \, dt$$

cambiando los límites de integración y definiendo $\tau = t - t_0$,

$$E_m = A_0^2 \int_{0}^{\infty} \tau^{2n} \, e^{-2\alpha\tau} \, d\tau$$

Por definición de transformada de Laplace:

$$\ell(f(t)) = \int_0^\infty f(t) \cdot e^{-st}\, dt$$

y debido a que la transformada de Laplace de

$$\ell(t^{2n})_{|_{S=2\alpha}} = \frac{(2n)^!}{S^{2n+1}}$$

Entonces:

$$E_m = \frac{(2n)^!}{(2\alpha)^{2n+1}} \qquad (1.53)$$

Expresión buscada.

1.14. Conclusiones

En este capítulo abordamos una revisión general acerca de las señales y sistemas analógicos. Algunas de estas señales se emplearán para excitar sistemas analógicos tanto en el ámbito de la simulación como en el ajuste de sistemas electrónicos para el procesamiento y acondicionamiento de señales provenientes de sensores o de otros procesos analógicos.

Es importante aclarar que en toda señal real hay un porcentaje de ruido que puede distorsionar y enmascarar la información que se desea procesar. En los capítulos dedicados a filtros se abordará este tema.

1.15. Problemas propuestos

1.15.1. Generar y graficar al menos 10 periodos en ambiente de simulación, una señal periódica de parámetros definidos por la siguiente tabla.

Frecuencia [Hz]	Amplitud	Simetría
80	2	Par
30	1.2	Impar
200	1.6	Par
50	0.5	Impar
90	0.8	Par
140	6	Impar
280	3.2	Par
600	4	Impar

70	7.9	Par
130	0.1	Impar
10	2.4	Par
25	3.6	Impar
400	1.9	Par
300	2.1	Impar
45	0.25	Par

1.15.2. Para las señales generadas en el punto anterior:
a-Retrase 75º la onda generada. b-Adelante 190º la onda generada. c- Acelere 5 veces la señal. d- Ralentice 2 veces la señal. e- Reflejar la señal. f- Desplace la señal en 2 unidades. g- Amplifique 2.5 veces la señal. h- Atenúe 2 veces la señal.

1.15.3. Dé un ejemplo grafico de señal de potencia y señal de energía. Calcule teóricamente su potencia y energía normalizada respectivamente.

1.15.4. Calcule el valor RMS de las señales del punto 1.

1.15.5. Calcule y grafique el periodo común de las señales dadas en la tabla para las siguientes combinaciones: f_1 y f_2, f_1 y f_3, f_2 y f_3 y f_1, f_2 y f_3

f_1	f_2	f_3
50 Hz	70Hz	160Hz
8Hz	21Hz	33Hz
25Hz	65Hz	55Hz
4Hz	30Hz	50Hz
15Hz	25Hz	12Hz
90Hz	120Hz	60Hz
50Hz	90Hz	35Hz
6Hz	20Hz	25Hz
10Hz	75Hz	85Hz
4Hz	15Hz	6Hz
12Hz	35Hz	75Hz
65Hz	180Hz	200Hz

1.15.6. Cuál sería el 9no armónico de la señal

$$x(t) = \begin{cases} -1 & 0 \leq t \leq 0.001 \\ 1 & 0.001 < t < 0.002 \end{cases} \quad \textit{se repite para todo } n$$

1.15.7. ¿Siempre es preferible que el sistema analógico sea de banda ancha? Justifique la respuesta.

1.16. Referencias

[1]- Oppenheim, A. V., Willisky, A. S., Young, I. T. Señales y Sistemas. Prentice Hall, 1994.

[2]- Ambardar, A. Analog and Digital Signal Processing. PWS Publishing Company, 1995.

[3]- Lathi, B. P. Introducción a la Teoría y Sistemas de Comunicación. Editorial Limusa, 2012.

[4]- Gonorovski, I. S. Señales y Circuitos Radiotécnicos. Editorial Mir, 1972.

[5]- Pueyo, H., Marco, M. Análisis de Modelos Circuitales. Editorial Arbó. 1980

[6]- Natushil, A. Teoría del Mando Automático. Mir, 1987.

[7]- Veca, A. Análisis, Modelación y Caracterización de la Zona Ciega del Transductor Receptor, para Optimizar Sistemas de Ultrasonido en Régimen Impulsivo. Editorial Universidad Nacional de San Juan, mayo 2005.

[8]- Angot, A. Moderna Matemática para Ingenieros. Editorial Nigar. 1970

[9]- Kuc, R. Application of kalman filtering techniques to diagnostic ultrasound. Ultrasonic Imagin, 1, 1979, pp. 105 – 120.

[10]- Abreu, J. M., Análisis de señales Ultrasónicas para la Definición de Entornos en el Campo de la Robótica. Memoria de tesis doctoral, Facultad de Ciencias Físicas, Universidad Complutense de Madrid. España, 1990.

Capítulo II
Introducción a los Amplificadores Operacionales

2.1. Introducción

El procesamiento moderno de señales necesita para su accionar, del uso de los amplificadores operacionales. Actualmente, la arquitectura analógica tiene a su disposición un número muy grande de estos dispositivos para enfrentar importantes retos en la ingeniería. Estos dispositivos integrados abarcan, desde el punto de vista de la respuesta en frecuencia, desde DC hasta el orden de los GHz. En el rango de frecuencias del espectro audible están a disposición amplificadores operacionales especialmente diseñados para esta aplicación. También se dispone de amplificadores operacionales especialmente preparados para uso en instrumentación en los que se conjugan simultáneamente, alta ganancia, alta relación de modo común y bajo ruido, utilizados en instrumentación industrial y en bio-instrumentación. En aquellos casos donde se necesita al mismo tiempo gran ancho de banda, bajo nivel de ruido y alta ganancia, el diseñador de sistemas pulsados como radar, sonar y ecógrafos dispone de una gran variedad de dispositivos, que además vienen provistos de control analógico-digital de la ganancia.

En este capítulo citaremos las propiedades fundamentales de los amplificadores operacionales con la finalidad de usarlos como el corazón de los filtros activos que estudiaremos a partir de la unidad 4. Centraremos nuestra atención en las tres topologías básicas (amplificador inversor, no inversor y seguidor), cálculo de ganancia y las resistencias de entrada y salida.

El objetivo de este capítulo es la de brindar conocimientos mínimos a quienes todavía no han realizado o se encuentran al principio de un curso elemental sobre amplificadores operacionales el contenido del mismo es muy básico, por ello, quien ya los tiene, puede obviarlo, sin pérdida de continuidad.

2.2 Clasificación de los amplificadores

2.2.1. Introducción

Los amplificadores se clasifican en cuatro grandes grupos poniendo en evidencia que no dependa de las magnitudes de la resistencia de la excitación y de la resistencia de carga [1]. Entonces, se tiene:

- Amplificador de Tensión
- Amplificador de Corriente
- Amplificador de Transconductancia
- Amplificador de Transresistencia

2.2.2. Amplificador de Tensión

En la Fig. 2.1 observamos la topología de un amplificador de tensión. Rs, Ri, Ro y Rd representan las resistencias del generador de tensión (Rs), de entrada al amplificador (Ri), la de salida del amplificador (Ro) y la dinámica de salida (Rd), respectivamente. La tensión Vo de salida, la obtenemos, como:

$$V_0 = A_V V_i \tag{2.1}$$

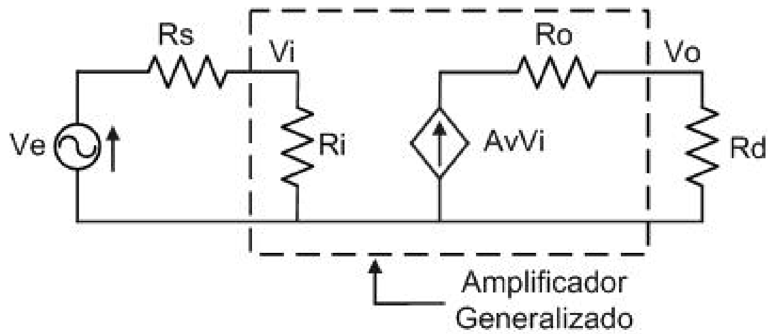


Figura 2.1. Amplificador de tensión

De la inspección del circuito,

$$V_i = V_s \frac{R_i}{R_i + R_s}$$
$$y \tag{2.2}$$
$$V_0 = A_V V_i \frac{R_d}{R_0 + R_d}$$

Reemplazando en la Ecu. (2.1), llegamos a:

$$V_i = A_V V_s \frac{R_d}{R_0 + R_d} \frac{R_i}{R_i + R_s} = K V_s \tag{2.4}$$

Cuanto mayor sea Rd y Ri respecto a Ro y Rs, estaremos ante la presencia de un amplificador de tensión ideal:

$$R_i >> R_s$$
$$R_d >> R_0 \tag{2.5}$$

La transferencia es adimensional.

2.2.3. Amplificador de Corriente

El modelo simplificado del amplificador ideal de corriente también llamado amplificador Norton se muestra en la Fig. 2.2. Haciendo el mismo análisis que para el caso anterior,

$$I_d = K I_S \tag{2.6}$$

debiéndose cumplir,

$$R_i << R_s$$
$$R_d << R_0 \quad (2.7)$$

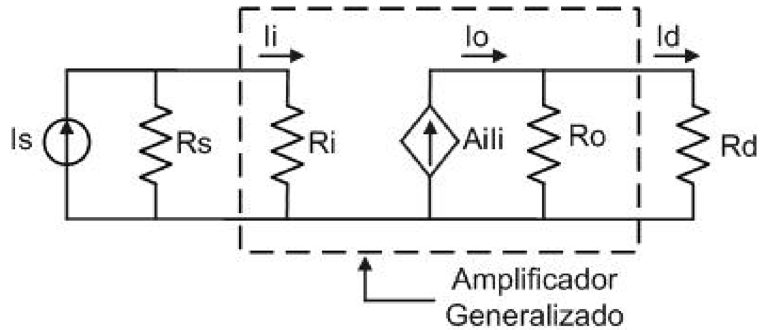


Figura 2.2. Amplificador de corriente

Como ejemplo real de amplificador tipo Norton, se tiene al LM3900 de la firma National [2]

2.2.4. Amplificador de Transconductancia

Se trata de un amplificador (Fig. 2.3) que al excitarse con tensión, impone una corriente sobre la carga, proporcional a la tensión de excitación, es decir,

$$I_d = Gm\, V_i \quad (2.8)$$

donde Gm (transconductancia),

$$G_m = \frac{I_0}{V_i} \quad (2.9)$$

debiéndose cumplir,

$$R_i >> R_s$$
$$R_d << R_0 \quad (2.10)$$

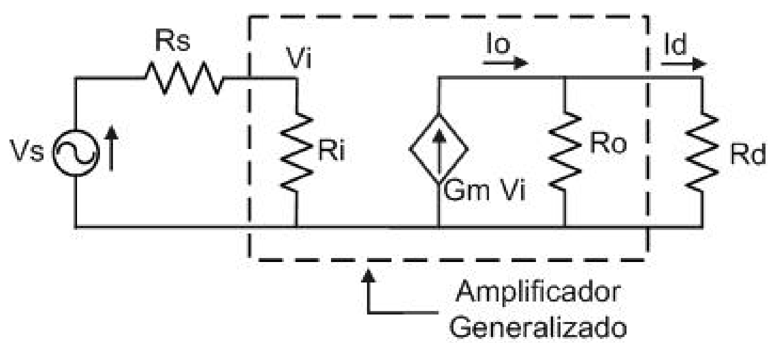


Figura 2.3. Amplificador de Transconductancia

En la década del 70 RCA desarrolló el amplificador de transconductancia variable CA3060. [3]. La firma National comercializa los amplificadores LM13600 [4] y LM4250 [5].

Este último presenta la característica de poder programar la transconductancia. Un excelente análisis del LM13600 puede consultarse en [6].

2.2.5. Amplificador de Transresistencia

En este caso tenemos el espejo del amplificador de transconductancia, la tensión de salida es proporcional a la corriente de entrada. Entonces,

$$V_0 = Rm\ I_i \tag{2.11}$$

donde Mm (transresistencia),

$$R_m = \frac{V_0}{I_i} \tag{2.12}$$

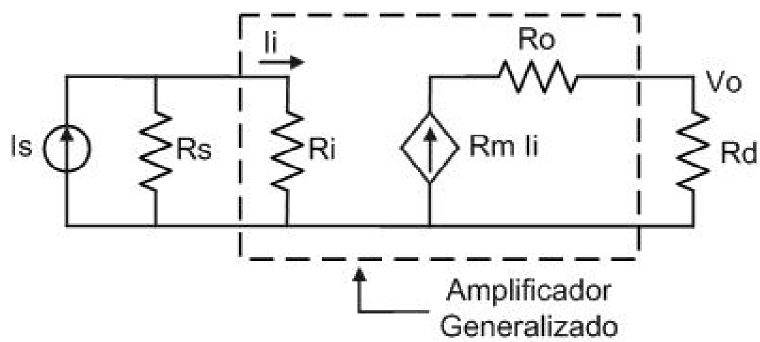


Figura 2.4. Amplificador de Transresistencia

debiéndose cumplir,

$$\begin{aligned} R_i &<< R_s \\ R_d &>> R_0 \end{aligned} \tag{2.13}$$

En la siguiente tabla, se resumen las características de los cuatro tipo de amplificadores.

Amplificador	**Unidades de la transferencia**	**Niveles de Resistencia**
Amplificador de Tensión	ADIMENSIONAL	Ri >> Rs Ro << Rd
Amplificador de Corriente	ADIMENSIONAL	Ri << Rs Ro >> Rd
Amplificador de Transconductancia	MHO	Ri >> Rs Ro >> Rd
Amplificador de Transresistencia	OHM	Ri << Rs Ro << Rd

Tabla 2.I. Clasificación general de los amplificadores

2.3. El amplificador operacional

Un amplificador operacional (comúnmente abreviado A.O., op-amp, etc.), es un circuito electrónico que tiene dos entradas, una salida y dos terminales de alimentación. El primer amplificador operacional monolítico, que viene de los años 60', fue el Fairchild μA702 (1964), diseñado por Bob Wildlar. Le siguió el Fairchild μA709 (1965), también de Widlar, y que constituyó un gran éxito comercial. Más tarde sería sustituido por el popular Fairchild μA741 (1968), de David Fullagar, y fabricado por numerosas empresas, basado en tecnología bipolar. Originalmente los A.O. se empleaban para operaciones matemáticas de suma, resta, multiplicación, división, integración, detección, etc. El A.O. ideal tiene ganancia infinita, impedancia de entrada infinita, ancho de banda (bW) también infinito, impedancia de salida nula, tiempo de respuesta nulo y en su interior no se genera ruido. Como la impedancia de entrada es infinita también se dice que las corrientes de entrada son cero. Típicamente, los AO para usos generales, presentan las siguientes características:

$A_0 \geq 10^6$

$r_i \geq 10^6 \Omega$

$r_0 \geq 10^2 \Omega$

En la Fig. 2.5 se muestra el símbolo y en La Fig. 2.6 el esquema eléctrico simplificado de un AO. Ao es la ganancia de lazo abierto del AO, dato dado por el fabricante en la hoja de datos (datasheet). Vcc y Vee son las tensiones de alimentación positiva y negativa, respectivamente. En general, para obtener salida simétrica, debemos usar las dos fuentes de alimentación. Sin embargo, existen AO que se pueden conectar sólo a Vcc y mantener la simetría. Es el caso del LM358 [7].

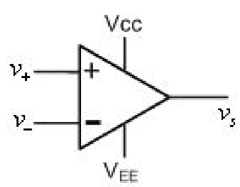


Figura 2.5. Símbolo de un AO

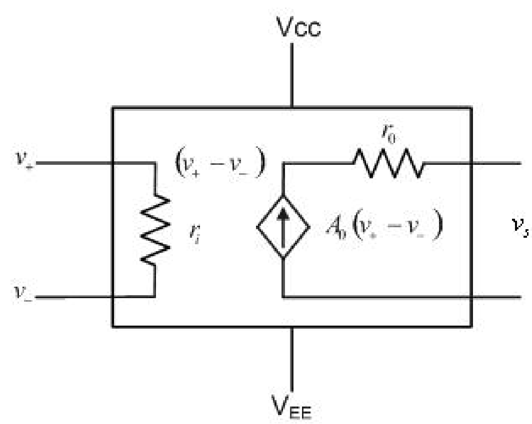


Figura 2.6. Esquema eléctrico de un AO

La salida del AO está dada por:

$$v_s = A_0 \left(v_+ - v_-\right) \tag{2.14}$$

De esta última expresión, así como esta planteada la salida, se tienen las siguientes limitaciones:

$$\begin{aligned} v_s &= A_0\left(v_+ - v_-\right), && para\, V_{EE} < A_0\left(v_+ - v_-\right) < V_{CC} \\ v_s &= V_{CC}, && para\ A_0\left(v_+ - v_-\right) > V_{CC} \\ v_s &= V_{EE}, && para\ A_0\left(v_+ - v_-\right) < V_{EE} \end{aligned} \quad (2.15)$$

Si representamos la salida (Fig. 2.7) de acuerdo a las posibilidades planteadas en la Ecu. (2.14), obtenemos la función de transferencia del AO ideal no realimentado.

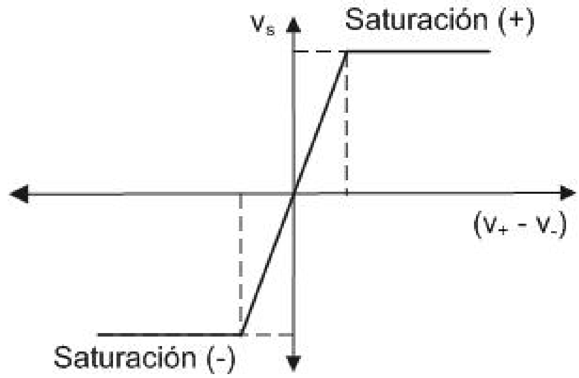


Figura 2.7. Transferencia de un AO ideal no realimentado

De lo visto, se desprende que para aplicaciones lineales, el AO debe estar realimentado. Esta limitación se emplea para generar comparadores con AO (Ver LM311) [8]).

2.3.1. Configuraciones básicas de un amplificador operacional

Existen tres configuraciones circuitales básicas de amplificadores basados en un AO [9, 10]. A continuación veremos las características más importantes de cada una, el cómputo de la ganancia y las resistencias de entrada y salida. El uso de una u otra dependerá de la aplicación específica que se trate. Para el estudio se partirá de la configuración inversora y se extrapolará para las dos restantes, el lector interesado en un estudio más profundo, puede consultar la bibliografía al final del capítulo.

2.3.1.1. Configuración inversor

En la Fig. 2.8 observamos el modelo simplificado de un AO inversor real.

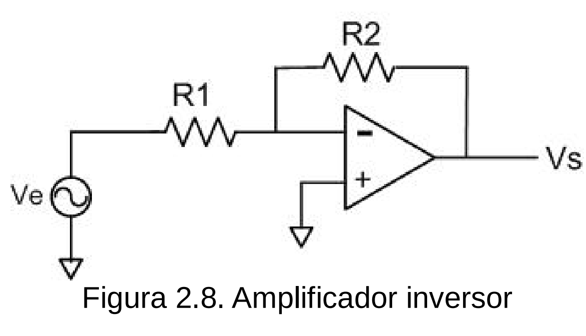


Figura 2.8. Amplificador inversor

$$v_n = \frac{1}{1+\frac{R_1}{R_2}} v_e + \frac{1}{1+\frac{R_2}{R_1}} v_s$$

teniendo en cuenta la (2.14),

$$v_s = A_0\left(-\frac{1}{1+\frac{R_1}{R_2}} v_e - \frac{1}{1+\frac{R_2}{R_1}} v_s \right)$$

la ganancia del amplificador realimentado es:

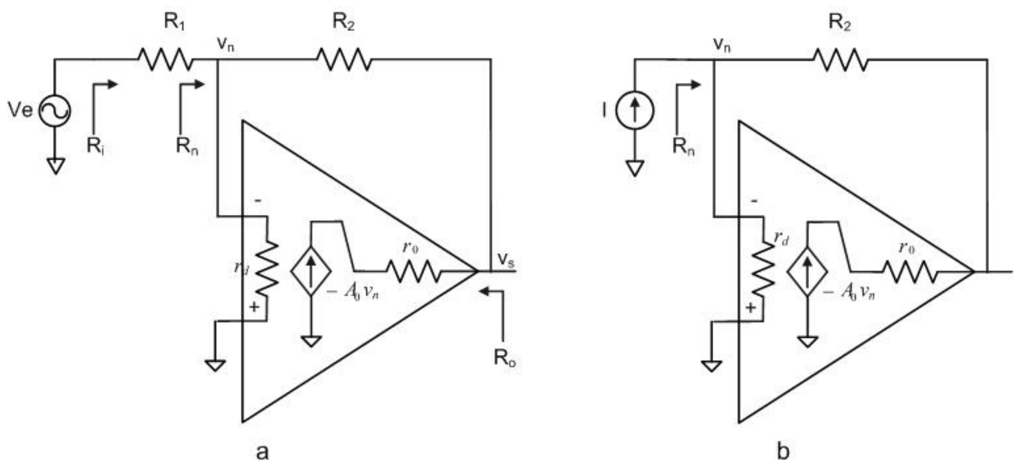


Figura 2.9. Circuito de amplificador inversor para determinar la ganancia y resistencias de entrada salida

$$A = \frac{v_s}{v_e} = \left(-\frac{R_2}{R_1}\right) \frac{1}{1+\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)/A_0} \tag{2.16}$$

como $A_0 >>>$

$$A = -\frac{R_2}{R_1} \tag{2.17}$$

Donde el signo menos está indicando una diferencia de fase de 180° entre la salida y la entrada. Conociendo la expresión de la ganancia, para completar la descripción de esta configuración queda encontrar las resistencias de entrada y de salida. Para ello, no basamos en la Fig. 2.9b. La resistencia de entrada Ri representa la resistencia vista sobre los terminales de entrada del AO (vp y vn). La resistencia de salida Ro, representa la

resistencia vista hacia la salida del AO que se encuentra en serie con la fuente de tensión A0(vp – vn). Para encontrar Ri primero tenemos que determinar la resistencia Rn de la entrada inversora. Entonces ponemos:

$$R_i = R_1 + R_n$$

Aplicando la corriente i, Rn=v/i y encontramos la tensión v. Sumando las corrientes en el nodo vn (Fig. 2.9b) y resolviendo para Rn=v/i, tenemos:

$$R_n = \frac{R_2 + r_0}{1 + A_0 + (R_2 + r_0)/rd} \tag{2.18}$$

ignorando el término (R2+Ro)/rd (comparado con Ao), podemos aproximar Ro como:

$$R_n = \frac{R_2 + r_0}{1 + A_0}$$

para ro<<R2,

$$R_n = \frac{R_2}{1 + A_0} \tag{2.19}$$

indicando que la realimentación negativa en el amplificador reduce el valor de R2 en $1 + A_0$ cuando es reflejada a la entrada. Esto es consecuencia del efecto Miller. Debido al gran valor de Ao, Ro<<Ri, entonces, cuando $A_0 \to \infty, R_0 \to 0, \therefore R_i = R_1 + R_0 \cong R_1$, esto es:

$$R_i \cong R_1 \tag{2.20}$$

Para encontrar Ro reemplazamos la fuente Ve de la entrada, poniéndola a la salida (Fig. 2.9a) y aplicar una tensión de test sobre ese punto, dando como resultado:

$$R_0 = \frac{r_0}{1 + T} \tag{2.21}$$

donde T es el producto de la ganancia de lazo abierto del AO por el factor de realimentación:

$$T = A_0\beta, \qquad \beta = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \tag{2.22}$$

.

Ejemplo 2.1

Si en el circuito de la Fig. 2.9a R1=R2=100kΩ y como AO se tiene el LM741, encontrar A, Rn, Ri y Ro. Repetir el cálculo para R1=R2=1kΩ.

Solución

De la hoja de datos del AO, se tiene: $A_0 = 2 \cdot 10^5, r_i = 2M\Omega, r_0 = 75\Omega$. El factor de realimentación lo obtenemos de la expresión (2.22), como sigue,

$$T = A_0 \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 10^5 \cdot \frac{100}{100+100} = 10^5$$

Con la expresión (2.16) determinamos la ganancia teórica:

$$A = \frac{v_s}{v_e} = -1 \frac{1}{1 + 2/10^5} = -0.999$$

El resultado está indicando que para los fines prácticos, la ganancia se determina con la Ecu. (2.17). Para encontrar la resistencia de entrada teórica, primero hay que calcular Rn con la expresión (2.15):

$$R_n = \frac{10^5}{1+10^5} \cong 1\Omega$$

valor muy inferior a R1, por lo tanto,

$$R_i = R_1 + 1 = R_1 = 100K\Omega$$

La resistencia de salida se calcula con la Ecu. (2.21):

$$R_0 = \frac{75}{1+10^5} = 0.75m\Omega$$

Repitiendo el procedimiento para R1=R2=1Ω, obtenemos:

$$T = 199.8, \quad A = -995$$
$$R_n = 5\Omega, \quad R_i = 1.005K\Omega$$
$$R_0 = 0.37\Omega$$

Tanto Ri como Ro son afectadas en forma proporcional por T.

Concluyendo, en la configuración inversora:
El módulo de la ganancia realimentada está dado por R2/R1.
La resistencia de entrada es aproximadamente igual a R1
La resistencia de salida es muy baja e igual a la resistencia interna ro dividida por $A_0\beta$

2.3.1.2. Configuración no inversor

Procediendo de forma similar al amplificador inversor, en este caso se tiene:

$$v_+ = v_p = v_s$$

$$v_- = v_n = v_s \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

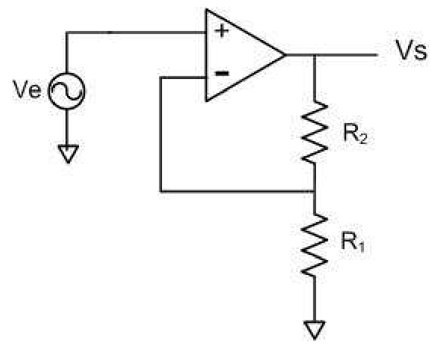


Figura 2.10. Amplificador no inversor

despejando vs se llega a:

$$A = \frac{v_s}{v_e} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{1}{1 + \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) / A_0} \tag{2.23}$$

teniendo en cuenta la magnitud de la ganancia de lazo cerrado:

$$A = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \tag{2.24}$$

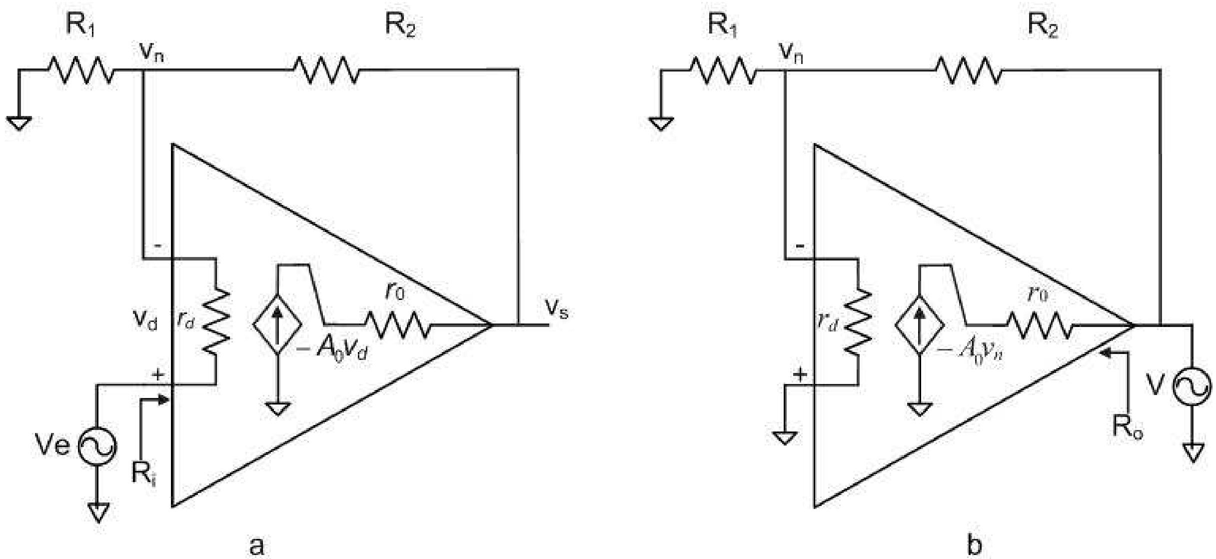


Figura 2.11. Circuito de amplificador no inversor para determinar la ganancia y las resistencias de entrada salida

Para determinar las resistencias de entrada y salida conectamos una fuente de test al terminal positivo del AO, como se indica en la Fig. 2.11a y aplicamos Kirchooff en el nodo vn, obteniendo:

$$\frac{v-v_n}{r_d}-\frac{v_n}{R_1}+\frac{A_0(v-v_s)-v_n}{R_2+r_0}=0$$

operando y teniendo en cuenta las consideraciones hechas respecto a R2 y ro,:

$$R_i=r_d\left(1+\frac{A_0}{\left(1/\beta\right)}\right) \tag{2.25}$$

o

$$R_i=r_d(1+T) \tag{2.26}$$

La resistencia de salida se obtiene inyectando la señal de test a la salida del AO (Fig. 2.11b). Procediendo de forma similar a la del amplificador inversor y debido a que el valor típico de ro está en el orden de los 100Ω y rd del orden del MΩ, se tiene:

$$R_0=\frac{r_0}{1+T} \tag{2.27}$$

Ejemplo 2.2
Repetir el problema anterior para R1=1KΩ y R2=1MΩ.

Solución
La ganancia se determina con la Ecu. (2.24):

$$A=\left(1+\frac{1M\Omega}{1K\Omega}\right)=1000[60dB]$$

Las resistencias de entrada y salida se obtienen con las expresiones (2.26) y (2.27),

$$R_i=2\cdot10^6\left(1+10^5\right)=401M\Omega$$
$$R_0=\frac{75}{1+10^5}=373m\Omega$$

En la configuración no inversora, la impedancia de entrada es el producto de la rd por el factor de realimentación. La resistencia de salida es del mismo orden que de la configuración inversora.

Concluyendo, en la configuración no inversora:
El módulo de la ganancia realimentada está dado por $1+R_2/R_1$. La resistencia de entrada

es aproximadamente igual al producto $R_i = r_d(1+T)$, evidenciando una alta resistencia. La resistencia de salida es muy baja ya que se trata de un cociente con un denominador de valor elevado ($r_0/1+T$). Con esta configuración sólo pueden obtenerse valores de ganancia mayores de 1, es decir, no puede ser usada como atenuadora.

2.3.1.3. Configuración Amplificador seguidor

Si en el amplificador no inversor hacemos $R_1 = \infty \; y \; R_2 = 0$, obtenemos el circuito de la Fig. 2.12. Por las características eléctricas que posee, se lo asocia a la configuración emisor común, de ahí el nombre.

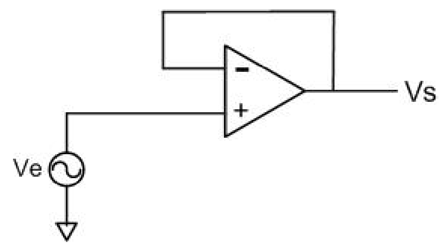


Figura 2.12. Amplificador seguidor

En este caso, la tensión de salida es:

$$v_s = A_0\left(v_e - v_s\right)$$

operando, la ganancia es:

$$A = \frac{v_s}{v_e} = \frac{A_0}{1+A_0} = 1 \qquad (2.28)$$

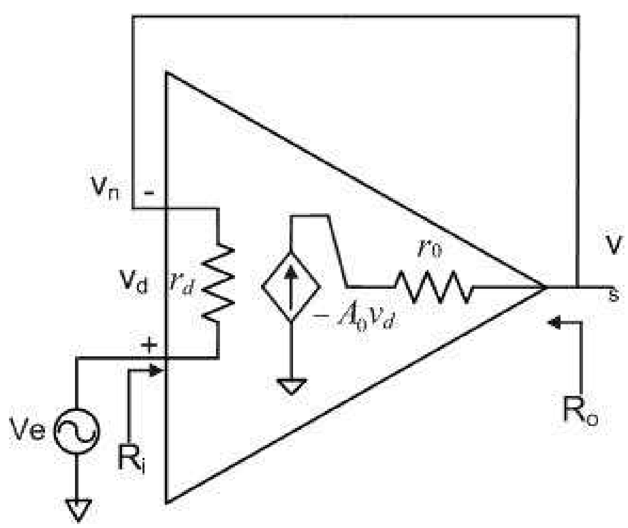


Figura 2.13. Circuito de amplificador seguidor para determinar las resistencias de entrada salida

Trabajando de forma similar a las configuraciones anteriores, a partir de la Fig. 2.13 se determina que:

$$R_i = r_d(1+A) \qquad R_0 = \frac{r_0}{1+A} \tag{2.29}$$

Ejemplo 2.3
Con los datos del problema 2.2 encontrar las resistencias de entrada y salida para el caso seguidor.

Solución
A partir de la expresión (2.29):

$$R_i = 2\cdot 10^6\left(1+2\cdot 10^5\right) = 400G\Omega$$
$$R_0 = \frac{75}{1+2\cdot 10^5} = 375\mu\Omega$$

Como se observa, ambas resistencias se pueden considerar para los fines prácticos, como ideales $R_i \to \infty, R_0 \to 0$.

<u>*Concluyendo, en la configuración seguidora:*</u>
El módulo de la ganancia realimentada es unitario.
La resistencia de entrada es muy grande, tendiendo a infinito de acuerdo a la ganancia de lazo abierto y de la resistencia de entrada del AO usado $r_d(1+A)$. La resistencia de salida es muy baja ya que se trata de un cociente con un denominador de valor elevado ($r_0/1+T$). Esta configuración se utiliza fundamentalmente como adaptadora de impedancias. Además, como se verá en el próximo capítulo presenta la ventaja de tener el mayor producto de ganancia por ancho de banda.

2.4. Conclusiones

A lo largo del capítulo hemos realizado una muy breve descripción de las características básicas de un amplificador realimentado haciendo hincapié en su aplicación como amplificador operacional. Bajo el mismo contexto mostramos los procedimientos para obtener las resistencias de entrada y salida y el módulo de la ganancia en las tres configuraciones típicas de amplificadores.

Si bien trabajamos con parámetros reales del AO, no se hizo mención a las desviaciones estáticas y dinámicas de los mismos. Es decir, lo que normalmente se denominan desviaciones de DC y limitaciones en AC, muy importantes a la hora de elegir el AO para una aplicación específica. Este tema se abordará en el próximo capitulo.

2.5. Problemas propuestos

2.5.1. Encontrar la ganancia de lazo cerrado de un amplificador no inversor basado en un AO con las siguientes características: A = $2*10^5$, Ri = 2MΩ, Ro = 75Ω, R1 = 220KΩ, R2 = 10*KΩ.*

2.5.2. Determinar las resistencias de entrada y salida y ganancia de lazo cerrado para un amplificador no inversor basado en un AO con A=135000, rd=3.5 MΩ, ro= 82 Ω, R1= 220 KΩ y R2=10 KΩ.

2.5.3. Encontrar los valores de resistencias de entrada y salida de un amplificador inversor basado en un AO con rd=4 MΩ, ro=50 Ω, $A=5*10^5$, R1= 1 KΩ y R2=100 KΩ.

2.5.4. Un amplificador no inversor es implementado con dos resistores de 20 KΩ con tolerancia del 5%. ¿Cuál es el rango de valores posibles de ganancia? ¿Cómo debería modificar el circuito para obtener una calibración exacta?

2.5.5. Diseñar un amplificador inversor con ganancia variable en el rango $-10 \leq A \leq 0$ usando un potenciómetro de 100 KΩ. Repetir lo anterior para $-10 \leq A \leq -1$.

2.5.6. Dibujar el circuito de los amplificadores de transresistencia y transconductancia y derivar para cada uno, las expresiones de la ganancia.

2.5.7. Un amplificador no inversor con R1 = 2KΩ, R2 = 18KΩ, tiene conectado a R1 un generador que entrega una tensión senoidal de 1 Volt 1 KΩ. Si (a) la ganancia a lazo abierto es 10^2 y (b) 10^6. Encontrar para ambos casos la tensión de salida del amplificador.

2.5.8. A partir de la Figura 2.3 obtener la expresión de la ganancia de un amplificador de transconductancia.

2.5.9. Con el resultado del problema anterior y usando la hoja de datos encontrar los límites de la ganancia del CA3060.

2.5.10. A partir de la Figura 2.4 obtener la expresión de la ganancia de un amplificador de transresistencia.

2.5.11. En función de las hojas de datos, compare las prestaciones del LM13600, LM4250 y del CA3060.

2.6. Referencias

[1]- Virgili. J. M. Electrónica Analógica. Editorial G.Y.V.E, 1974.

[2]- LM3900. http://www.datasheetcatalog.com/datasheets_pdf/L/M/3/9/LM3900.shtml

[3]- RCA Circuitos integrados lineales IC42. Editorial Arbó, 1971.

[4]- LM13600. http://www.datasheetcatalog.com/datasheets_pdf/L/M/1/3/LM13600.shtml

[5]- LM4250. http://www.ti.com/lit/ds/symlink/lm4250.pdf

[6]- Miraya , F. Amplificadores operacionales de transconductancia. http://www.fceia.unr.edu.ar/acustica/audio/ota13600.pdf

[7]- LM358. http://www.datasheetcatalog.net/es/datasheets_pdf/L/M/3/5/LM358.shtml

[8]- LM311. http://www.datasheetcatalog.com/datasheets_pdf/L/M/3/1/LM311N.shtml

[9]- Franco, S. Design with Operational Amplifiers and Analog integrated Circuits. WCB McGraw-Hill, 1998.

[10]- Floyd, T., Buchla, D. Basic operational amplifiers and linear integrate circuits. Prentice Hall, 1999.

Capítulo III
Desajustes y Limitaciones de los Amplificadores Operacionales

3.1. Introducción

Todos los productos fabricados, posen limitaciones y desventajas debido a que no es posible construir un componente perfecto. Las tolerancias de los componentes electrónicos varían en gran medida, de acuerdo a los cambios de temperatura y rango de frecuencia a los que son sometidos. Cuanto más estables e invariantes sean las características a largo plazo, más costoso y dificultosos resultarán de conseguirlos. Ejemplo de ello, son los componentes que formarán parte de circuitos y sistemas aeronáuticos y espaciales, como así también los que se usarán en equipamiento militar. En general, al analizar la hoja de datos de un AO, observamos que se tiene tres columnas, por ejemplo, la serie de AO de la firma National, LM118, LM218 y LM318 [1]. Aparentemente, las características son iguales pero, mirando con más detalle, observamos que hay parámetros que se van degradando a medida que nos desplazamos hacia la columna de la derecha. Evidentemente, el costo y la posibilidad de conseguir el de la primera columna de la izquierda, puede resultar no factible de tenerlo en cuenta en nuestro diseño o, agregar componentes para realizar las compensaciones necesarias. De todas formas, aún para aplicaciones normales, casi siempre tendremos que ajustar algún parámetro para el correcto funcionamiento de nuestro circuito. Estas variaciones de parámetros podemos clasificarlas en dos grandes grupos según tengan influencia estática o dinámica: desajustes de DC y limitaciones en AC.

3.2. Desajustes de DC

Los desajustes [2,3] de DC en un AO traen aparejado el corrimiento del punto de operación (punto Q de los transistores). Si la aplicación es de DC, estos desajustes serán los responsables de la existencia de tensiones y corrientes a la salida. Si la aplicación es de AC, estos corrimientos podrán generar recortes en las tensiones y corrientes de salida. Estos desajustes se clasifican en:

- Desajuste de entrada y salida (offset voltage).
- Tensión de desajuste de salida (output offset voltage).
- Desajuste de corriente de entrada.

El desajuste de entrada se define como la tensión de DC que debe aplicarse entre las entradas del AO para forzar a cero la tensión de salida bajo condiciones de lazo abierto. El desajuste puede ser positivo o negativo y típicamente toma valores entre 10mV a 1uV, dependiendo del tipo de AO que se trate.

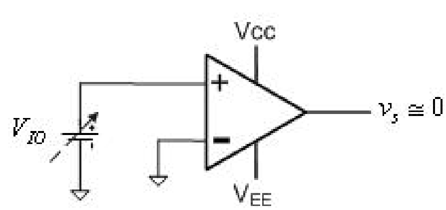


Figura 3.1. Offset de entrada salida

El desajuste de salida se define como la tensión de salida cuando las entradas se encuentran cortocircuitadas y se debe a desbalances internos del AO. Este efecto se puede modelar intercalando una fuente de tensión continua en serie con el terminal de salida del AO, tal como se muestra en la Fig. 3.2. Esta tensión puede ser positiva o negativa. .

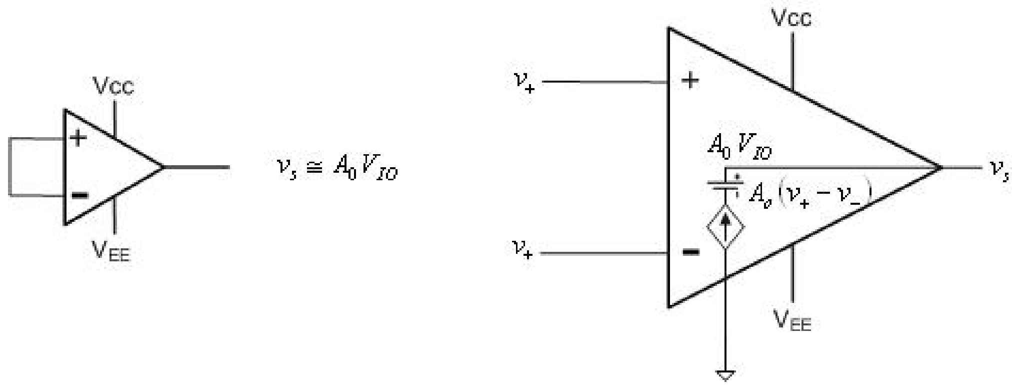


Figura 3.2. Tensión de desajuste de salida

Para anular el offset de tensión existen dos formas, dependiendo si el AO posee terminales para ello (Fig. 3.3). En el caso que el AO no posea entradas para esta finalidad, puede acoplarse al terminal positivo, un divisor de tensión como el indicado en la Fig. 3.3 (derecha). Esta opción no siempre es válida ya que, depende de encontrarse libre el terminal positivo.

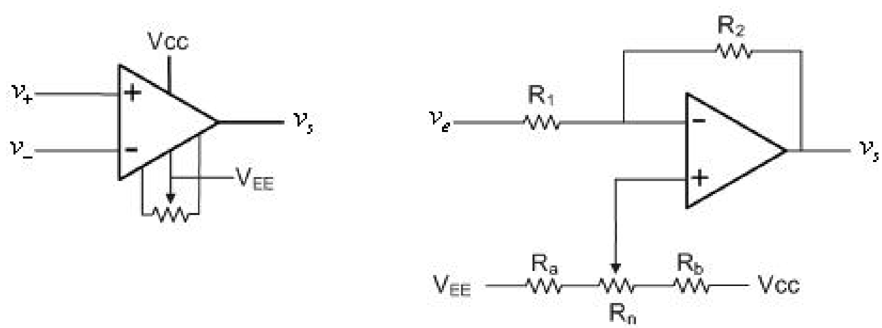


Figura 3.3. Ajustes del offset de tensión

Otra forma de realizar esta compensación cuando se utiliza la configuración inversora es poner en al entrada positiva un resistor a masa de valor igual al paralelo de R1, R2.

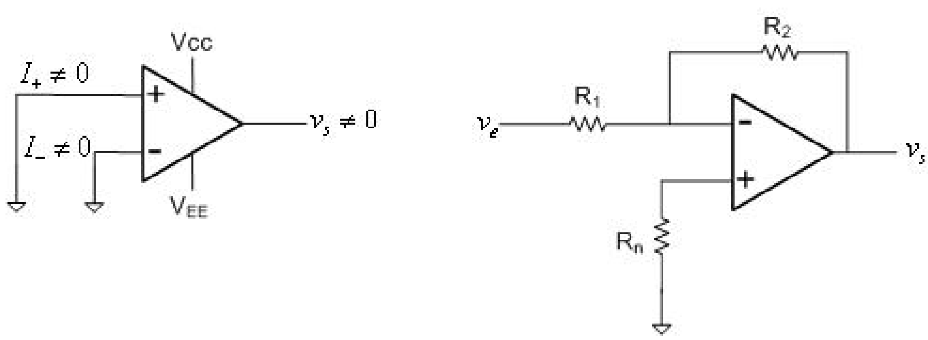


Figura 3.4. Compensación con un resistor a masa

Evidentemente este ajuste no tiene la precisión del anterior, no obstante, en muchos casos es suficiente. Para usos específicos donde estos desajustes deben ser mantenidos a niveles mínimos, algunos fabricantes de AO disponen de unidades que permiten minimizar estos aspectos.

3.3. Limitaciones en AC

Mientras las limitaciones en dc responden a desajuste estáticos, las limitaciones de AC se ponen de manifiesto en dos condiciones [2,3]:

- Solicitarle al AO la máxima velocidad de respuesta, esto es, para seguir a la señal de excitación sin deformación a su salida.
- Cuando es necesario cumplir simultáneamente máxima ganancia y máximo ancho de banda.

A la primera se la denomina Slew Rate (SR) y a la segunda, producto de ganancia por ancho de banda. El fabricante del CI da estos dos parámetros en la hoja de datos.

3.3.1. Limitación de la Velocidad de Respuesta (Slew-rate)

La salida de un AO ideal cambia instantáneamente ante cambios en su entrada. En un AO real, la velocidad de cambio de la salida se expresa en Volts/unidad de tiempo y nunca podrá exceder el valor máximo de un parámetro denominado Slew-rate:

$$Slew\,rate \Rightarrow \frac{Volts}{Unidad\ de\,tiempo} \tag{2.15}$$

El origen de esta limitación se debe fundamentalmente a las cargas capacitivas en el inte rior del AO, las que limitan la velocidad de respuesta, generando como consecuencia una distorsión no lineal (Fig. 3.5). La señal de entrada representada por Ve(t) presenta en el origen una pendiente mVe(t), mientras que la señal de salida del AO Vs(t) presenta en el mismo punto una pendiente mVs(t).

Como se observa, la señal de salida presenta una pendiente mVs(t)<mVe(t). Valores típicos de SR están comprendidos entre 1Volt/us a 10 Volt/us.

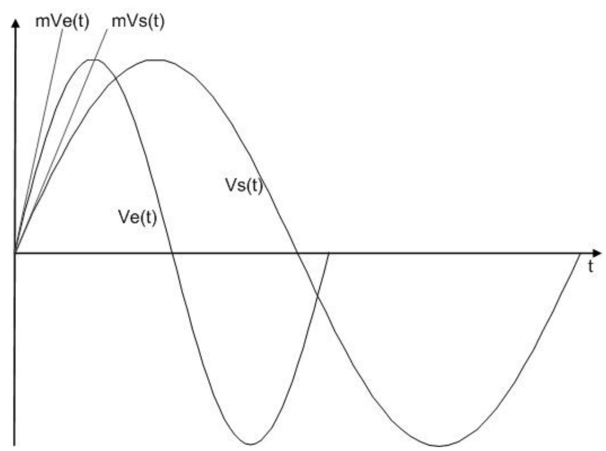


Figura 3.5. Concepto de Slew-Rate

Ejemplo 3.1
Un AO inversor de ganancia 20dB con SR = 1V/us es excitado con una señal senoidal de 1Vpp.

1. ¿Para que frecuencia de entrada el SR comienza a afectar su salida?
2. ¿Si la tensión de excitación se eleva a 1.5Vpp, cual será la limitación impuesta por el SR?

Solución
1- Para una excitación senoidal, la tensión de salida del AO, es:

$$V_S(t) = A_{maz}\, sen\, wt \tag{2.16}$$

y

$$\left|A_{\max}\right| = \left|Avf\right| V_S = 10 \cdot 1 = 10$$

La máxima pendiente de la señal que debe ser evaluada en cualquier cruce por cero es:

$$\frac{d_{Vs(t)}}{dt} = \frac{d\left(A_{\max} sen\, wt\right)}{dt}\Big|_{wt=0} = wA_{\max} \cos wt_{|wt=0} = wA_{\max} = 2\pi\ f\ A_{\max} \tag{2.17}$$

Por la expresión (2.15), se tiene:

$$SR = 2\pi\ f\ A_{\max}$$

despejando f y denominándola como fmax

$$f_{\max} = \frac{sr}{2\pi\, A_{\max}} \tag{2.18}$$

reemplazando SR y A_{max},

$$f_{\max} = \frac{10^6}{2\pi} = 16KHz$$

2- Si para las mismas condiciones la tensión se eleva a 1.5Volts, la máxima frecuencia sin deformación es:

$$f_{\max} = \frac{10^6}{2\pi 1.5} = 10.6KHz$$

Un incremento de la tensión del 50%, redujo la f_{max} en un 66.25%.

De la expresión (2.17), se tiene:

$$SR = wA_{\max} \cos wt$$

el tiempo t al cual la pendiente alcanza el límite del SR es:

$$t = \frac{1}{w} \cos^{-1} \frac{sr}{wA_{max}} \tag{2.19}$$

reemplazando, t=8.42us.

3.3.2. Respuesta en frecuencia del AO

Un AO ideal asume que todas las señales pueden amplificarse con la misma ganancia. Sin embargo, la ganancia depende o está limitada por la respuesta frecuencial del AO real.

Bajo condiciones de estado permanente, al excitar la entrada con una señal senoidal la respuesta típica de un AO en función de la frecuencia puede expresarse como:

$$A(jw) = \frac{A_0}{\left(1 + j\frac{w}{w_p}\right)} = \frac{A_0}{\left(1 + j\frac{f}{f_p}\right)} \tag{2.20}$$

donde: Ao es la ganancia a lazo abierto de AO. Expresión típica de un sistema físicamente realizable, es decir, un pasa bajos con frecuencia de corte fc (polo simple en wp) y pendiente de -20dB/dec, como se muestra en la Fig. 3.6.

Como veremos a continuación el uso de la realimentación negativa extiende significativamente el rango útil en la que puede operar el amplificador con una ganancia aproximadamente constante. El efecto de la respuesta en frecuencia finita de la ganancia a lazo abierto, se puede incluir considerando que la tensión de salida del AO está dada por:

$$V_S = A(jw)(v_+ - v_-) \tag{2.21}$$

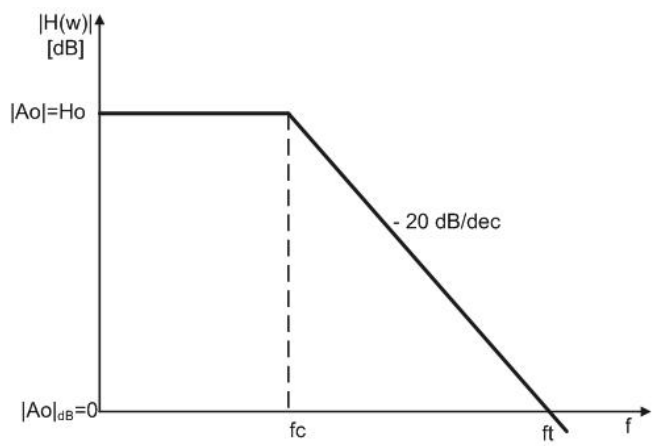


Figura 3.6. Respuesta en frecuencia aproximada de un AO a lazo abierto

El análisis se desarrollará a partir de la configuración no inversora, como se indica en la Fig. 3.7. Remplazando v+ e v- por la tensión de entrada y por la muestra de la tensión salida debida a la realimentación, respectivamente:

$$V_S(jw) = A(jw)\left(v_e(jw) - v_s(jw)\frac{R_1}{R_1+R_2}\right)$$

Agrupando y reemplazando la relación del divisor de tensión (coeficiente de realimentación) por β, se tiene:

$$V_S(jw) = \frac{A(jw)}{1 + A(jw)\frac{R_1}{R_1+R_2}} v_e(jw) = \frac{A(jw)}{1 + A(jw)\beta} v_e(jw)$$

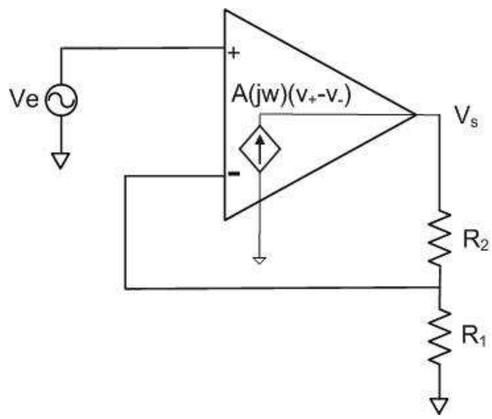


Figura 3.7. AO usado para estudiar la respuesta en frecuencia

Agrupando para encontrar la transferencia del sistema:

$$\frac{V_S(jw)}{V_e(jw)} = \frac{\frac{A_0}{1 + j\frac{w}{w_p}}}{1 + \frac{A_0\beta}{1 + j\frac{w}{w_p}}} = \frac{A_0}{1 + j\frac{w}{w_p} + A_0\beta}$$

Separando los efectos de la respuesta en frecuencia:

$$\frac{V_S(jw)}{V_e(jw)} = \frac{A_0}{1 + A_0\beta}\frac{1}{1 + j\left[\frac{w}{w_p(1 + A_0\beta)}\right]} \tag{2.22}$$

denominado:

$$w_{fb} = w_p(1 + A_0\beta) \tag{2.23}$$

reemplazando w_{fb} en la Ecu. (2.22):

$$\frac{V_S(jw)}{V_e(jw)} = \frac{A_0}{1+A_0\beta}\frac{1}{1+j\left(\frac{w}{w_{fb}}\right)} \tag{2.24}$$

Expresión de la ganancia del amplificador realimentado en función de la frecuencia. En la Fig. 3.7 se muestra su significado: “la realimentación incrementa el ancho de banda (línea continua) del amplificador sin realimentar (línea a trazos)”.

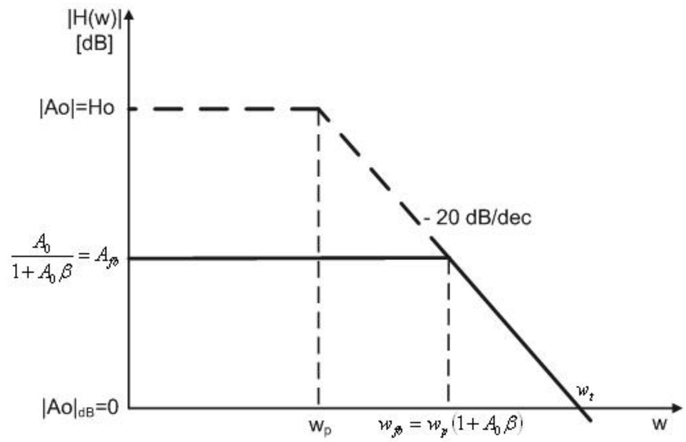


Figura 3.7. Respuesta del amplificador sin realimentar y con realimentación

Ejemplo 3.2
Un AO tiene una ganancia de lazo abierto igual a 150.000 y una frecuencia de corte (-3dB) de 200Hz y el factor de realimentación de 0,002. ¿Cuál es el bW de lazo cerrado?

Solución
De la expresión (2.23), se tiene:

$$f_{fb} = f_p(1+A_0\beta)$$

debido a que f_{fb} es igual al bW del amplificador realimentado, el bW es también incrementado por el mismo factor,

$$bW_{fb} = bW_p(1+A_0\beta)$$

reemplazando los datos,

$$bW_{fb} = 200(1+1.5\cdot 10^5\cdot 0.002) = 60.2KHz$$

3.3.3. Producto de Ganancia por Ancho de Banda

Despejando en la expresión (2.23) la frecuencia angular del polo

$$w_p = \frac{w_{fb}}{(1+A_0\beta)} \tag{2.25}$$

multiplicando miembro a miembro por A_0, se tiene:

$$\frac{A_0}{1+A_0\beta}w_{fb}=w_bA_0 \qquad (2.26)$$

definiendo:

$$A_{fb}=\frac{A_0}{1+A_0\beta}$$

e introduciéndolo en la Ecu. (2.26):

$$A_{fb}w_{fb}=w_pA_0 \qquad (2.27)$$

Ejemplo 3.3
Un AO con ganancia de lazo abierto de 100dB y polo de lazo abierto de fp=4kHz. El amplificador realimentado es de configuración inversora con una ganancia de 100. ¿Cuál es la frecuencia de corte del circuito realimentado?

Solución
De la Ecu. (2.27),

$$f_{fb}=\frac{A_0f_p}{A_{fb}}=\frac{10^5\cdot 4\cdot 10^3}{10^2}=4MHz$$

Al primer miembro de la expresión (2.27) se lo denomina: producto de ganancia por ancho de banda, quedando entonces:

$$GB=A_0w_p=cte \qquad (2.28)$$

Se trata de una cifra de mérito (limitación) del AO que el fabricante lo cita en la hoja de datos. *Como el GB es una constante, si se incrementa la frecuencia, la ganancia debe disminuir y viceversa*. En la Tabla 3.1, se muestran valores de GB de AO para diferentes aplicaciones [1,4,5,6,7]. Como se observa, los dispositivos diseñados para operar en alta frecuencia presentan un GB adecuado. En la Tabla 3.2 se muestra para los mismos amplificadores de la Tabla 3.1, el RS.

Fabricante	**AO**	**GB**	**Aplicaciones**
National	LM741	0.5MHz	Generales
Texas	TL061	1MHz	Generales
National	LM318	15MHz	Alta velocidad
Analog Devices	AD600	35MHz	Sonar
Analog Devices	AD620	1MHz	Instrumentación

Tabla 3.1. GB de algunos AO

AO	GB	SR
LM741	0.5MHz	0.5V/us
TL061	1MHz	3.5V/us
LM318	15MHz	70V/us
AD600	35MHz	275V/us
AD620	1MHz	1.2V/us

Tabla 3.2. Relación entre GB y RS de los AO de la tabla 3.1

Evidentemente, GB y SR están relacionados con la naturaleza de la aplicación de AO.

3.4. Conclusiones

En este capítulo abordamos la problemática de las limitaciones de un AO real. En general, los desajustes de DC pueden corregirse usando los terminales que el fabricante pone a disposición para tal finalidad, mediante un componente resistivo. Cuando se trabaja con circuitos integrados que disponen en su interior más de un AO, el ajuste puede complicarse debido a que la única posibilidad de hacerlo, es mediante el uso de resistencias o de redes resistivas externas al AO. En estos casos debe estudiarse con cuidado el diseño en la etapa preliminar (anteproyecto).

Existen algunas alternativas cuando no es posible acceder al AO para realizar el ajuste. En el campo de la instrumentación se ha empleado con éxito la técnica de chopeado de la señal a procesar. Chopeado, en esta área significa un tipo especial de muestreo por el cual se transforma la señal continua (salida de un sensor) en alterna, no siendo afectada por los desajustes de DC. Una vez procesada es convertida de nuevo en continua por un proceso inverso. Esta técnica se ha usado con éxito en instrumentos de uso químico como son los espectrofotómetros.

Las limitaciones en AC no pueden mejorarse como las anteriores. Algunos fabricantes de CI disponen de uno o dos pines para conectar un capacitor o una red formada por un capacitor, en serie con una resistencia y mediante una tabla incluida en la hoja de datos, sugieren los valores típicos de esos componentes en función de la frecuencia de trabajo. En esta área es de fundamental importancia elegir con cuidado el AO que mejor se adecue a la aplicación.

3.5. Problemas propuestos

3.5.1. La tensión de salida de un AO va de -12Volt a 12Volt en un intervalo de tiempo de 0 a 15us. ¿Cuál es el SR?

3.5.2. Repetir el problema anterior si $V_1 = -9Volt,\ V_2 = 9Volt\ y\ \Delta t = 1\mu s$.

3.5.3. Determinar el bW de un AO no inversor con R1 = 220KΩ, R2 = 3.3KΩ, una ganancia de lazo abierto de 100dB y un GB = 3MHz.

3.5.4. Repetir el problema anterior para un AO en configuración inversora con R1 = 1KΩ, R2 = 47KΩ,

3.5.5. Repetir el ejemplo 3.2 para $A_0 = 2 \cdot 10^5 \; y \; \beta = 0.05$.

3.6. Referencias

[1]- LM118. http://www.datasheetcatalog.net/es/datasheets_pdf/LM318.shtml

[2]- Franco. S. Design with Operational Amplifiers and Analog integrated Circuits. WCB McGraw-Hill, 1998.

[3]- Floyd, T. Buchla, D. Basic operational amplifiers and linear integrate circuits. Prentice Hall, 1999.

[4]- LM741. http://pdf1.alldatasheet.com/datasheet-pdf/view/9027/NSC/LM741.html

[5]- AD600. http://pdf1.alldatasheet.com/datasheet-pdf/view/48079/AD/AD600.html

[6]- AD620. http://pdf1.alldatasheet.com/datasheet-pdf/view/48090/AD/AD620.html

[7]- TL061. http://www.alldatasheet.com/datasheet-pdf/pdf/25377/ICS/TL061.html

Capítulo IV
Filtros Activos
Primera parte: Filtros Activos de 1er orden

4.1. Introducción

Los componentes pasivos han sido usados para hacer filtros selectivos a la frecuencia, a partir del momento en que Marconi demostró que era posible una transmisión de ondas electromagnéticas (principios del siglo pasado). Esos filtros utilizaban sólo inductancias, capacitores y resistores, implementándose fundamentalmente filtros pasa bajos y pasa banda. Si bien cumplían con la misión de filtrado, cuando se los colocaba en cascada presentaban problemas de adaptación de impedancias haciendo que se incrementaran las pérdidas por inserción. Con la aparición de la válvula electrónica, los componentes pasivos comenzaron a formar parte del circuito de realimentación asociado a la válvula logrando realizar adaptación de impedancias del circuito del filtro con el resto de los circuitos donde estaba montado. Además, debido a que la válvula, tenía la capacidad de amplificar, fue posible compensar pérdidas y lograr un filtro óptimo en todo el sentido de la palabra. A estos filtros se los denominó Filtros Activos.

A comienzos de los 60´ la válvula comenzó a ser reemplazada por los transistores y a partir de los 70´ la comercialización de los circuitos integrados analógicos, permitió basar el diseño del filtro en un amplificador operacional con las ventajas de consumo, tamaño, ancho de banda, ganancia, etc. Como el lector sabe, la respuesta en frecuencia de un amplificador operacional, puede ser modificada si en el circuito de realimentación se introducen capacitores. Esta propiedad puede ser explotada para generar filtros activos con respuesta en frecuencia controlable dentro de un vasto rango. No obstante, la elección del amplificador operacional para cada aplicación, será uno de los puntos más delicados a tener en cuenta, en especial, el producto ganancia por ancho de banda. Existen cuatro funciones básicas de filtros, cuya representación ideal se observa en la Fig. 4.1 [1, 2, 3]:

- Filtro pasa bajos: deja pasar sólo componentes de frecuencias por debajo de la frecuencia de corte (w_C).
- Filtro pasa altos: deja pasar componentes de frecuencias por arriba de la frecuencia de corte.
- Filtro pasa banda: deja pasar componentes de frecuencias comprendidas entre un rango especificado por la frecuencia de corte inferior (w_I) y por la frecuencia de corte superior (w_S).
- Filtro suprime banda: suprime componentes de frecuencias comprendidas entre un rango especificado por la frecuencia de corte inferior (w_I) y por la frecuencia de corte superior (w_S).

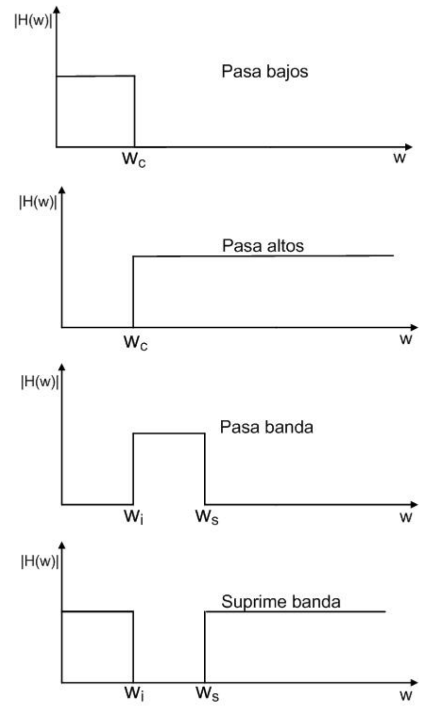


Figura 4.1. Funciones de filtrado ideales

En general, los filtros activos de primer orden, presentan el módulo de la respuesta en frecuencia en forma de función monótona (Fig. 4.2), mientras que los filtros de segundo o mayor orden, presentan en la banda de paso y en la de rechazo, una respuesta de tipo oscilante (Fig. 4.3). Independientemente de las características en las bandas de paso y de rechazo, la zona comprendida entre ambas, se denomina banda de transición.

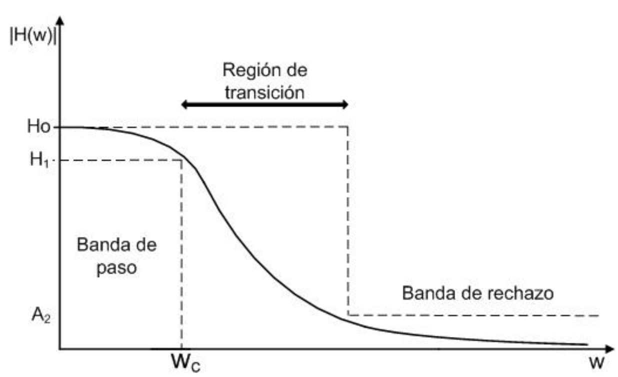


Figura 4.2. Ejemplo de función de filtrado pasa bajos monótona

En todas las aplicaciones de filtrado que corresponden al área de las comunicaciones, el diseño de filtros activos usando elementos RC no siempre es óptimo dado que, como resultado del cálculo, se pueden obtener valores de R o C extremadamente pequeños.

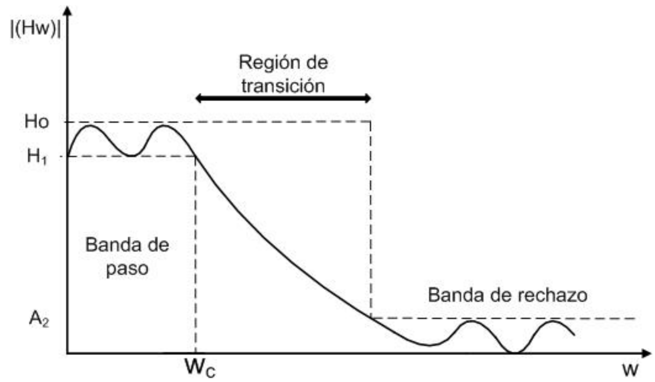


Figura 4.3. Ejemplo de función de filtrado pasa bajos oscilante

Sin embargo, reemplazando el resistor (en filtros pasa bajos, pasa altos) o incorporando al circuito inductores (filtros pasa banda, suprime banda), se llega a valores de capacidad y o resistencia más lógicos. Por esta razón, ante el caso de diseño de un filtro con inductores, se deberá consultar la bibliografía especializada.

4.2. Filtros Activos de una Etapa de Primer orden

4.2.1. Filtro Pasa bajos.

El filtro pasa bajos pasivo se muestra en la Fig. 4.4.

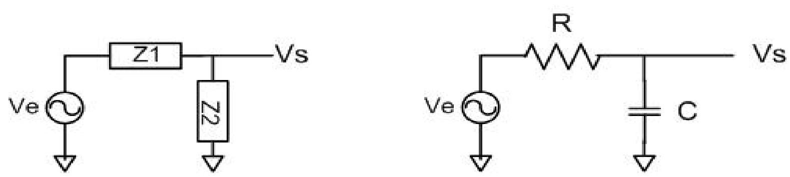


Figura 4.4. Implementación de un Filtro Pasa bajos con elementos pasivos

En la Fig. 4.5 se muestran las dos posibilidades de implementación de un filtro pasa bajos de primer orden. Además de la inversión de fase entre la entrada y salida que provoca la configuración inversora, no existe desacoplamiento entre los componentes del filtro propiamente dicho y la ganancia del amplificador. Por ello, en la configuración inversora, cualquier cambio de R1 o R2 modificará la ganancia del amplificador y la frecuencia de corte del filtro.

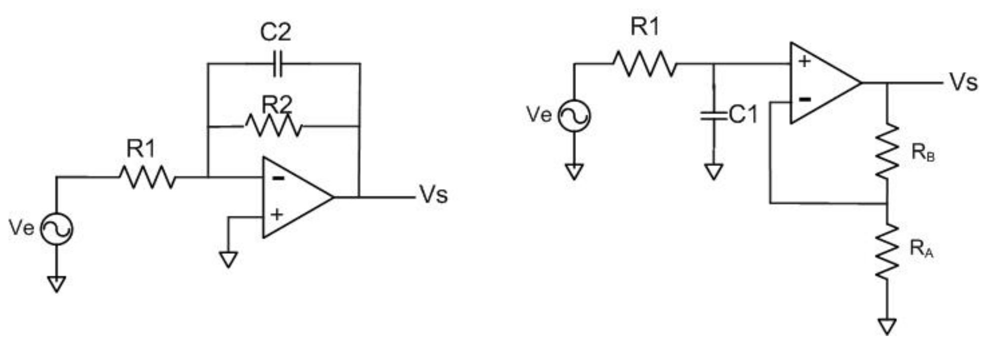


Figura 4.5. Filtro Pasa bajos con amplificador inversor y no inversor

4.2.1.1. Configuración inversora
Como ya se ha visto, la ganancia del AO en configuración inversora es:

$$H_0 = -\frac{Z_2}{Z_1} \tag{4.1}$$

donde Z_1 Z_2 corresponden al circuito izquierdo de la Fig. 4.5. En este caso,

$$Z_2 = R_2 \,/\,/\, Z_{C2} = \frac{R_2}{(1 + jwR_2C_2)} \tag{4.2}$$

Por lo tanto, la función de transferencia del filtro es:

$$H(jw) = \frac{Vsal(jw)}{Vent(jw)} - \frac{R_2}{R_1}\frac{1}{(1 + jwR_2C_2)} = -\frac{R_2}{R_1}\frac{1}{\frac{1}{1 + j\,w/1/R_2C_2}}$$

definiendo la frecuencia angular de corte como $w_c = 1/R_2\,C_2$

por lo tanto,

$$H(jw) = -\frac{R_2}{R_1}\frac{1}{1 + j\frac{w}{w_c}} \tag{4.3}$$

Como se observa, la función de transferencia tiene un polo simple en $w = w_c$ y una R2/R1 en el intervalo de frecuencias $w \le w_c$. En la Fig. 4.6 se muestra el diagrama de Bode en magnitud y fase.

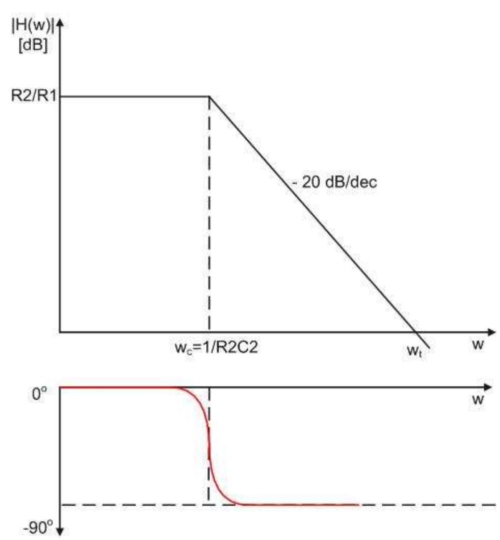


Figura 4.6. Bode de la expresión (4.3)

En la figura, w_t representa el punto de ganancia unitaria o frecuencia de transición del filtro. Como se observa, es la representación clásica de una función pasa bajos de polo simple (pendiente de -20dB/dec). Las ventajas del filtro activo sobre la versión pasiva son:

1. La ganancia del filtro puede ser ajustada cambiando la relación R_2/R_1.
2. La impedancia de salida del filtro es pequeña permitiendo la conexión en cascada sin cambiar las características del filtro.

4.2.1.2. Configuración no inversora

Una forma simple de adaptación de impedancias es usando un AO en configuración no inversora (Fig. 4.7, derecha), que como se sabe, presenta impedancia de entrada muy alta e impedancia de salida muy baja. De acuerdo a la expresión (ver ecuación 2.18) la frecuencia de corte es la misma que la definida en la configuración inversora, por lo tanto:

$$H(jw) = \left(1 + \frac{R_b}{R_a}\right) \frac{1}{1 + j\dfrac{w}{w_c}} \tag{4.4}$$

Esto es, polo simple en $w = w_C$.

Ejemplo 4.1

Diseñar un filtro pasa bajos con frecuencia de corte de 1kHz con una ganancia de 20dB y que la resistencia de entrada sea de por lo menos 10kΩ. ¿Cuál es la frecuencia de transición del filtro? ¿Cuál es el desfasaje?

Desarrollo

Como R_2 debe ser de por lo menos 10KΩ, y la ganancia en la banda de 20dB,

$$R_1 = H_0\, R_2 = 100K$$

.

Para obtener el valor de C_2, se parte de la frecuencia de corte del filtro, es decir,

$$C_2 = \frac{1}{2\pi\, f_c R_2} = \frac{1}{2\pi 10^3 10^5} = 1.59nF$$

La frecuencia de transición se determina a partir de la expresión (4.3), teniendo en cuenta que la ganancia en ese punto es de 0dB, entonces, el módulo de |H(jw)| es:

$$\left|H(jw)\right| = 1 = H_0 \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\dfrac{f_t}{f_c}\right)^2}}$$

Despejando f_T y reemplazando valores,

$$f_t = \sqrt{99}\, f_c \cong 10KHz$$

En la Fig. 4.7 se observa el resultado de simular el filtro diseñado

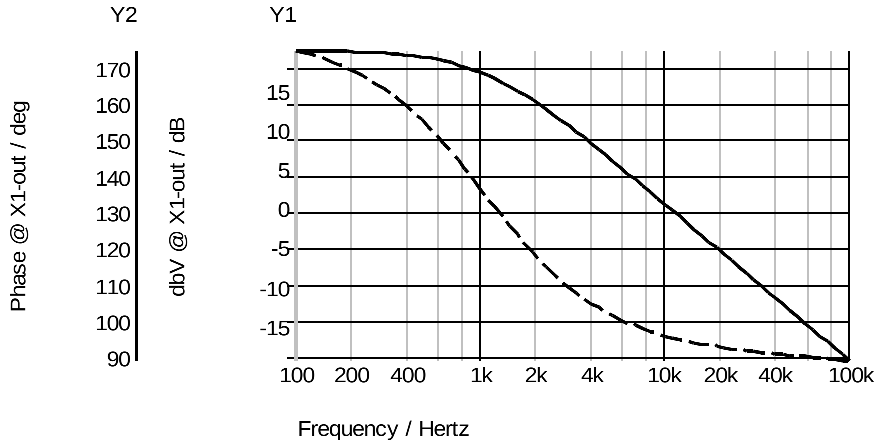


Figura 4.7. Bode problema 4.1. Línea continua Módulo de la amplitud. Línea a trazos Fase

4.2.2. Filtro Pasa altos.

El filtro pasa altos pasivo de primer orden se muestra en la Fig. 4.8 y su implementación en la Fig. 4.9. Las consideraciones realizadas arriba para el filtro pasa bajos en lo que respecta a realizarlas con amplificador inverso y no inversor se mantienen vigentes para este caso.

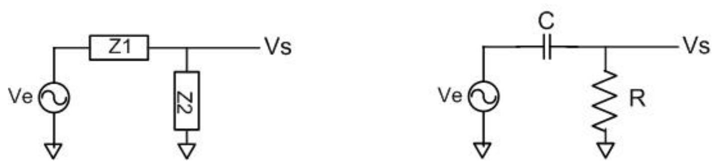


Figura 4.8. Implementación de un Filtro Pasa altos. pasivo

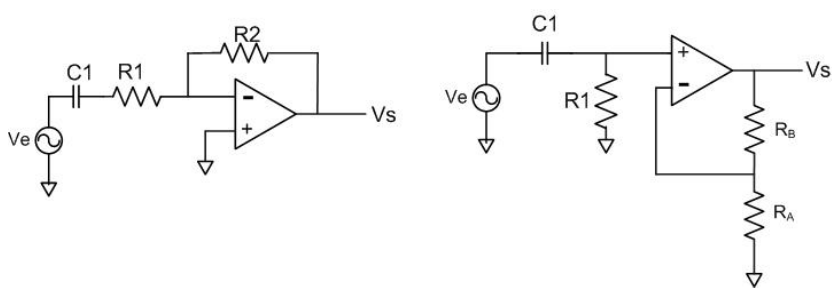


Figura 4.9. Implementación de un Filtro Pasa altos con amplificador inversor y no inversor

4.2.2.1. Configuración inversora

Partiendo de la expresión (4.1) y de la Fig. 4.8, se tiene:

$$H(jw) = -\frac{Z_2}{Z_1} = -\frac{R_2}{R_1 + \frac{1}{jwC_1R_1}}$$

operando,

$$H(jw) = -\frac{R_2}{R_1}\left(\frac{jwC_1R_1}{1 + jwC_1R_1}\right) \text{ y definiendo } wc = \frac{1}{R_1C_1} \ :$$

$$H(jw) = H_0 \left(\frac{j w/w_c}{1 + j w/w_c} \right) \tag{4.5}$$

Expresión que presenta lógicamente un cero en el origen y un polo real en wc. A continuación se muestra el Bode de la expresión (4.5).

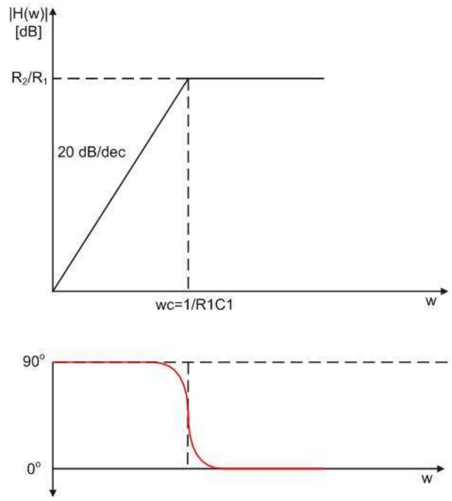


Figura 410. Bode de la expresión (4.5)

4.2.2.2. Configuración no inversora

Como en el caso del filtro pasa bajos, el filtro pasa altos puede implementarse mediante un amplificador no inversor, utilizando el circuito de la Fig. 4.8 derecha. Como sólo cambia la red de entrada, realizando el mismo razonamiento que para el filtro pasa bajo no inversor, se llega a:

$$H(jw) = H_0 \left(\frac{j w/w_c}{1 + j w/w_c} \right) \tag{4.6}$$

con $H_0 = 1 + \frac{R_B}{R_A}$

Cambiar la posición de R por C y viceversa, se pasa de un filtro pasa bajos a un pasa altos. Por esta razón como se verá más adelante, el filtro pasa bajos se usará como generador de los otros tipos de filtros.

Ejemplo 4.2

Diseñar un filtro pasa altos con frecuencia de corte de 10kHz con una ganancia de 20dB y que la resistencia de entrada sea de por lo menos 10KΩ. Usar configuración inversora.

Desarrollo

Adoptando R1 = 10KΩ, R2 debe ser igual a 100KΩ. C1 se obtiene mediante la frecuencia del corte del filtro:

$$C_1 = \frac{1}{2R_1 \pi f_C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 10^4 \cdot 10^4} = 1.59nF$$

El Bode se encuentra a continuación. Se deja para el lector, verificar el gráfico.

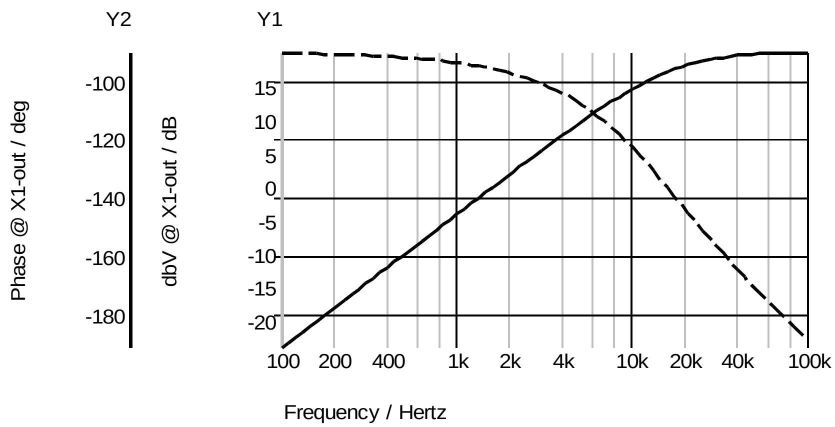


Figura 4.11. Bode problema 4.2. Línea continua Módulo de la amplitud. Línea a trazos Fase.

4.2.3. Diferencia entre integradores, diferenciadores con filtros pasa altos y pasa bajos, respectivamente

Si en la figura 4.1 se elimina en el filtro pasa bajos R_2 y del circuito pasa altos se cortocircuita R_1, se tienen los circuitos que indica la Fig. 4.12. A estas configuraciones se las denomina Integrador y diferenciador, respectivamente.

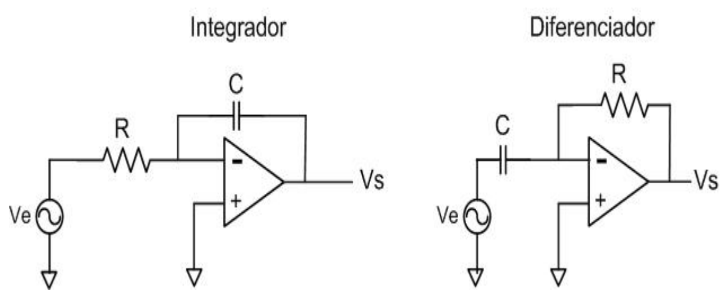


Figura 4.12. Circuitos integradores y diferenciadores

La función de transferencia para el diferenciador se obtiene a partir de:

$$H(jw) = \frac{Vs(jw)}{Ve(jw)} = -\frac{R_2}{\frac{1}{jwC}} = -jwCR \qquad (4,7)$$

$$w_c = \frac{1}{RC}, \quad \phi = -90^0$$

La función presenta un cero en el origen. Haciendo el mismo procedimiento, se llega a la función de transferencia del integrador:

$$H(jw) = \frac{Vs(jw)}{Ve(jw)} = -\frac{1}{jwCR}$$
$$w_c = \frac{1}{RC}, \quad \phi = 90^0 \tag{4,8}$$

En este caso la función de transferencia presenta un polo en el origen.

Ejemplo 4.3
A los fines de comparación de respuestas entre un filtro pasa bajos y un diferenciador, con los valores de los componentes del problema 4.1 simular el circuito de un integrador y comparar las respuestas de amplitud y fase.



Figura 4.13. Módulo de la amplitud de un integrador y del filtro pasa bajos del problema 4.1. Línea continua pasa bajo, línea a trazos: diferenciador.

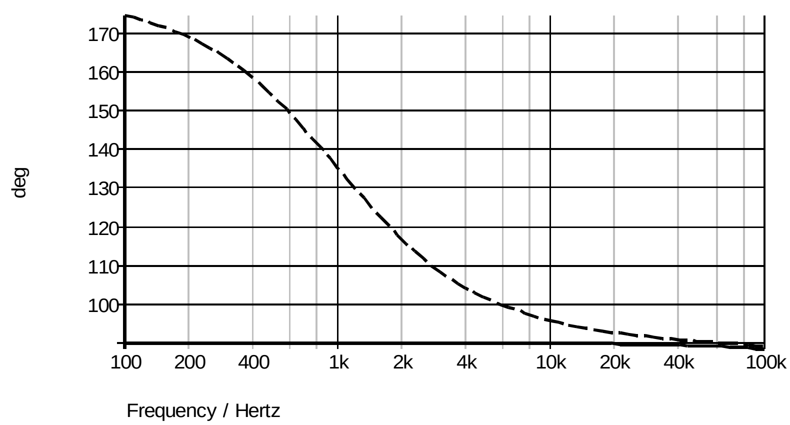


Figura 4.14. Fase de un integrador y del filtro pasa bajos del problema 4.1. Línea a trazos: fase pasa bajos, línea continua: fase diferenciador.

Ejemplo 4.4
Comparar las respuestas de amplitud y fase de un filtro pasa altos y un diferenciador, con los valores de los componentes del problema 4.2.

Desarrollo

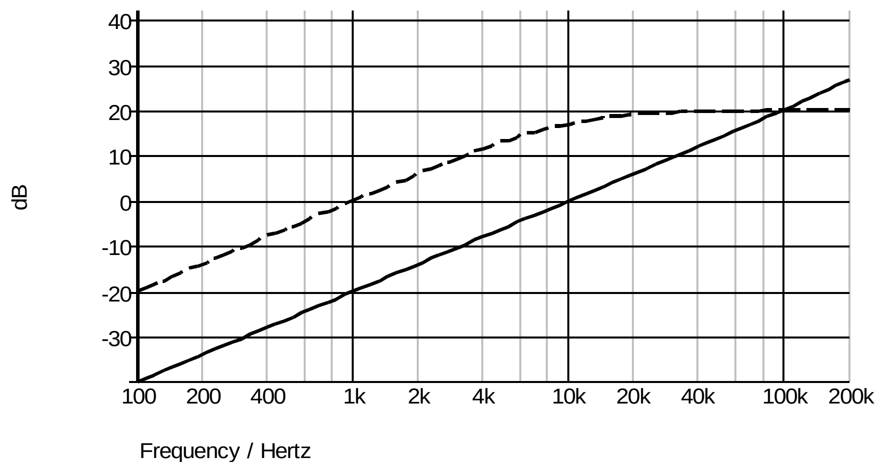


Figura 4.15. Amplitud de un diferenciador y filtro pasa altos del problema 4.2. Línea a trazos: módulo del pasa alto, línea continua: módulo del diferenciador.

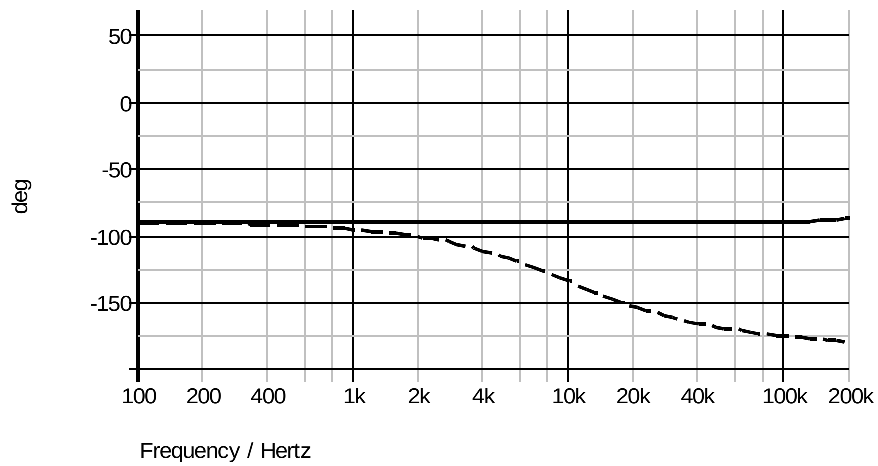


Figura 4.16. Fase de un diferenciador y filtro pasa altos del problema 4.2. Línea continua: fase diferenciador, línea a trazos: fase pasa altos.

Se deja al lector sacar conclusiones.

Ejemplo 4.5
Como es sabido, la fase de un filtro pasa bajos evoluciona de f=0 a f ->∞ de 0° a -90º pasando en wc por -45º y la fase de un filtro pasa altos de 90º a 0°, pasando en wc por +45º. A fin de conceptualizar la evolución de la fase tanto en un filtro pasa bajos como pasa altos, respecto de la configuración usada, es decir, inversor y no inversor, simular el problema 4.1, implementado con configuración no inversor y comparar las fases a la salida de ambos circuitos.

Desarrollo
El resultado de la simulación se observa en la Fig. 4.17. El registro superior muestra la fase a la salida del filtro realizado con configuración inversora y el registro inferior, con configuración no inversora.

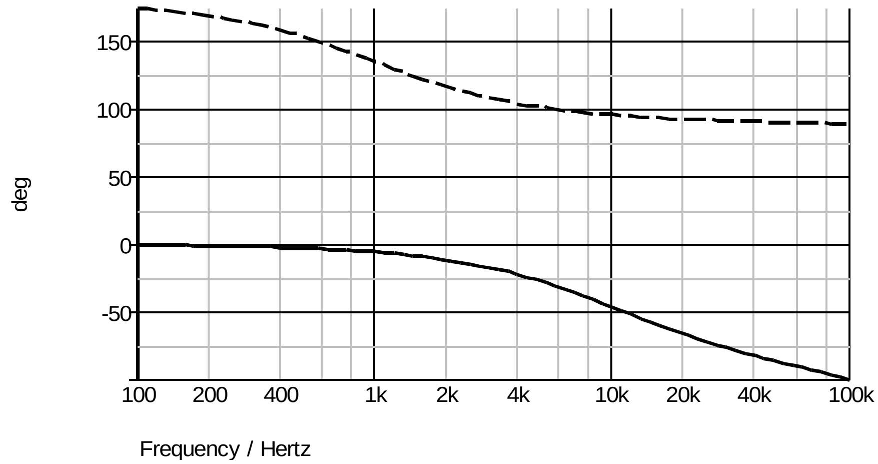


Figura 4.17. Fase a la salida de filtro pasa bajos con configuración inversora y no inversora. Línea continua: fase inversora, línea a trazos: fase no inversora

4.2.4. Filtros Pasa banda y suprime banda

Este tipo de filtros están basados en funciones de segundo orden, esto es, la función de transferencia debe contener al menos dos polos, razón por la cual no pueden implementarse con funciones de primer orden. Sin embargo, pueden implementarse a partir de la combinación de etapas pasa bajos y pasa altos de primer orden como se detalla a continuación.

4.2.4.1. Filtros Pasa banda

Para implementar un filtro pasa banda se debe partir del tercer esquema de la Fig. 1.1 que puede ser complementada con el esquema en bloques indicado en la Fig. 4.18.

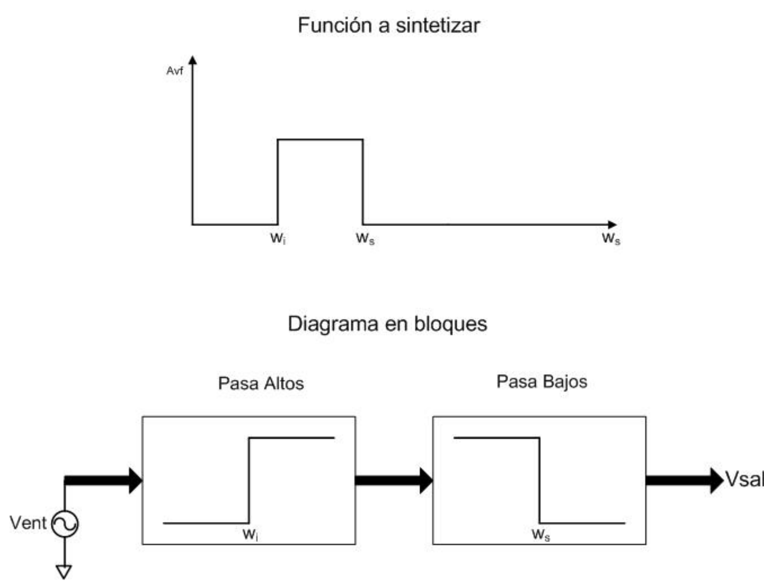


Figura 4.18. Diagrama en bloques para generar un filtro pasa banda de 1re orden

Como se está trabajando con filtros de 1er orden, es necesario utilizar dos amplificadores; el primero como pasa altos y el segundo como pasa bajos. Definiendo fpalt y fpbajo, las frecuencias de corte pasa altos y pasa bajos, respectivamente, se tiene:

$$f_{palto} \leq f \leq f_{pbajo}$$

De la expresión se tiene que la frecuencia de corte del pasa bajos debe ser superior a la del pasa altos.

Por lo visto, el filtro implementado debe tener la estructura que muestra la Fig. 4.19.

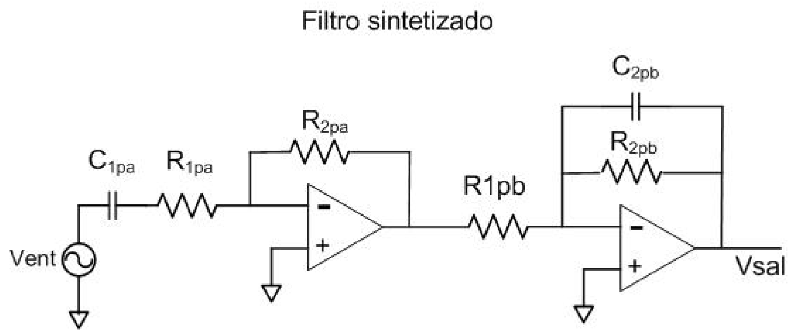


Fig. 4.19. Circuito de generar un filtro pasa banda de 1re orden

En donde, los subíndices pa y pb, indican los componentes pasivos de las etapas pasa alto y pasa bajos, respectivamente.

Ejemplo 4.6
Diseñar un filtro pasa banda de primer orden con TL071 que cumpla los siguientes requisitos:

Frecuencia central: 40kHz, Ancho de banda: 2kHz, Ganancia en la banda de paso: 20dB. La fase a la salida de cada etapa debe ser la impuesta por el filtro y no por el amplificador. Obtener el Bode de la respuesta. Repetir la simulación con LM318 y comparar.

Desarrollo
Por la condición de la fase pedida, el filtro debe implementarse con amplificador inversor. Por las ecuaciones 4.4 y 4.3, se tiene que: Adoptando para las dos etapas C= 1nF y como H0 = 20dB, se llega a:

R1 = 10KΩ
R2 = 1.2KΩ
<u>etapa pasa altos:</u>
R=4,18KΩ
<u>etapa pasa bajos:</u>
R=3,78KΩ

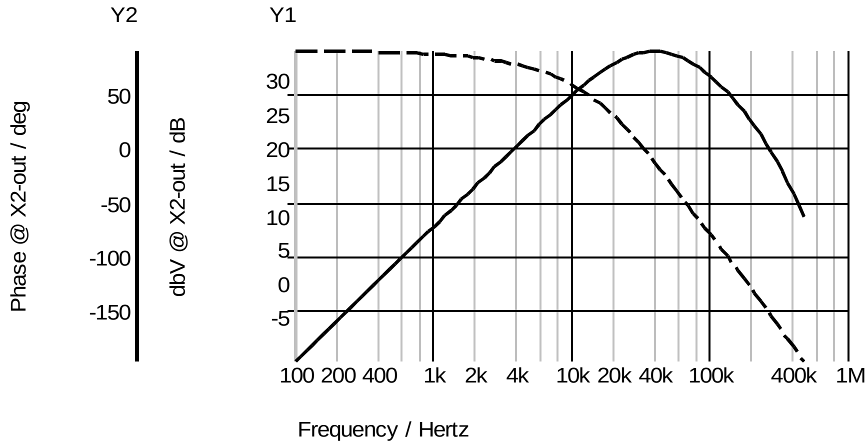


Figura 4.20, Módulo (línea continua) y fase (línea a trazos) de la transferencia usando TL071

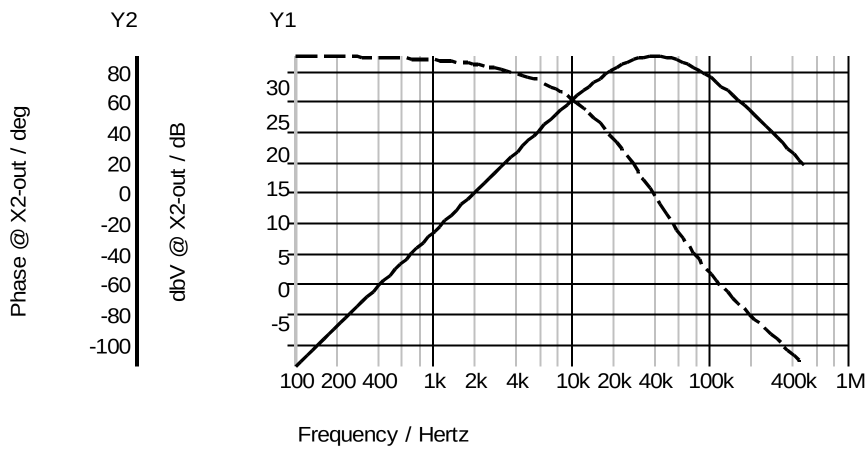


Figura 4.21, Módulo y fase de la transferencia usando LM318. Módulo: línea continua, fase: línea a trazos

Comparando las figuras, se observa en la Fig. 4.21 que el módulo de la amplitud para frecuencias mayores que la de corte superior, presenta una pendiente menor. Esto se debe al amplificador usado. De las hojas de datos, se tiene que el producto de ganancia por ancho de banda del TL071 es de 3MHz y para el LM318 de 15MHz. De esto, la importancia de la elección del amplificador.

4.3.5. Filtro Suprime banda

Para implementar un filtro suprime banda con filtros de 1er orden, es necesario utilizar dos AO; uno pasa altos y otro pasa bajos conectados en paralelo (ver Fig. 4.22). Con el pasa altos se obtiene la frecuencia de corte superior y con el pasa bajos, la de corte inferior. La Fig, 4.23 muestra el circuito final del filtro suprime banda.

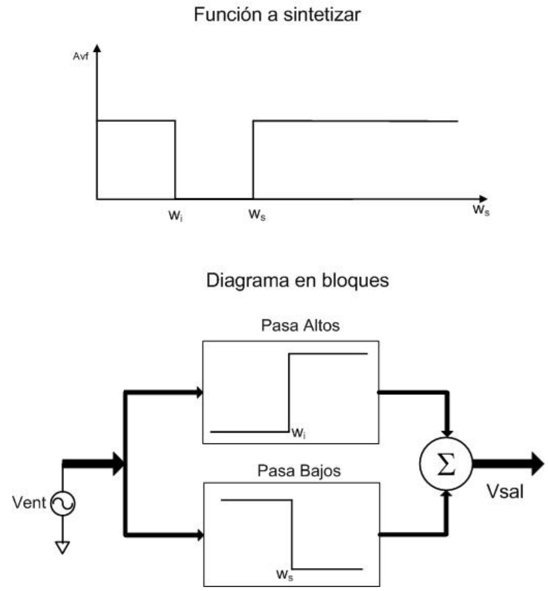


Figura 4.22. Diagrama en bloques para generar un filtro suprime banda de 1er orden

La segunda etapa que se denomina sumador puede además usarse como etapa de ganancia adicional o unitaria según convenga. En el caso de estar comprometido el producto de ganancia por ancho de banda de los amplificadores usados en los filtros, puede adoptarse baja ganancia o ganancia unitaria para la primera etapa y compensar la faltante con la segunda.

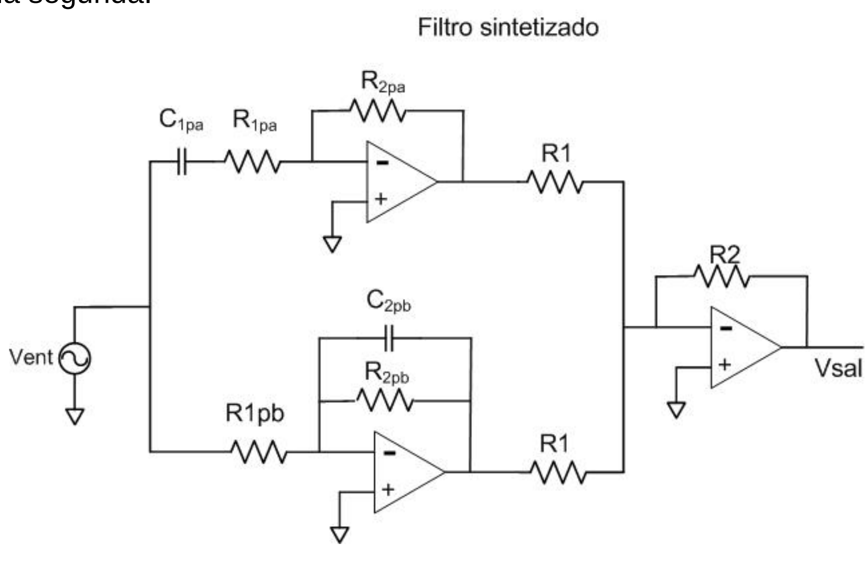


Figura 4.23. Circuito para generar un filtro suprime banda de 1er orden implementado con amplificador inversor

Ejemplo 4.7
Diseñar un filtro suprime banda de primer orden utilizando los datos del problema 4.6.

Desarrollo
En este caso, los valores RC son: Se adopta C1pa=C2pb=C=1nF. Pasa bajos: R1= 419, R2= 4,19K. Pasa altos: R1=3,79K, R2= 37,9K. El resultado de la simulación es:

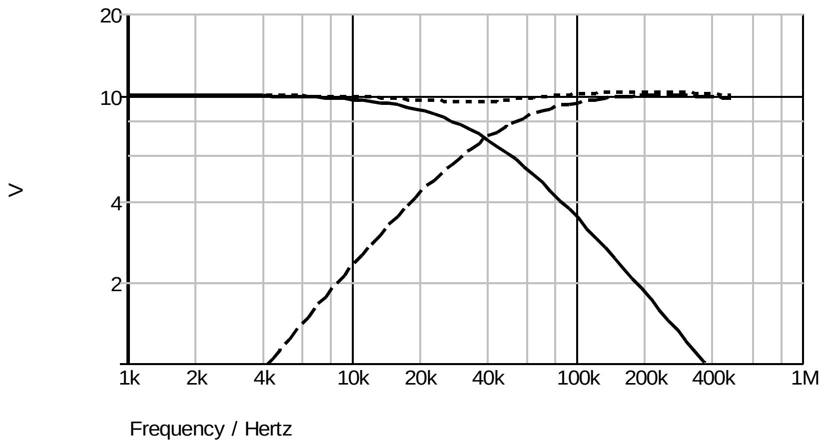


Figura 4.24, Módulo sección pasa bajos (línea continua), pasa altos (línea a trazos), salida pasa banda (línea a puntos)

El punto de cruce de las respuestas de cada filtro ocurre a 7dB y el mínimo de la respuesta es de 1,25 dB del máximo. Separando los polos de los filtros para lograr un ancho de banda de 24kHz, esto es, fcin = 28kHz y fcs = 52kHz y manteniendo el mismo valor de C, se obtienen los siguientes valores de resistencias:

<u>Pasa bajos:</u>
R1= 568
R2= 5,68K
<u>Pasa altos:</u>
R1=3K
R2= 33K

Con estos nuevos valores, se obtiene el siguiente resultado de simulación.

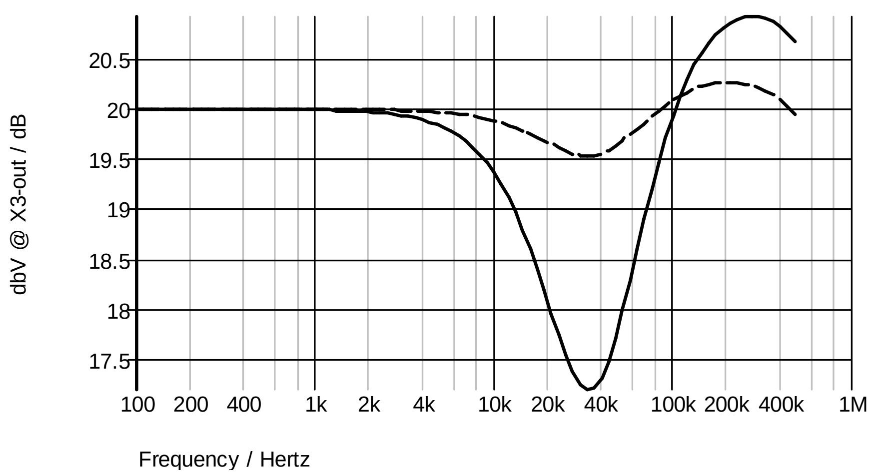


Figura 4.25, Modulo suprime banda: línea continua, ancho de banda de 24kHz, línea a trazos, ancho de banda de 2kHz

En este caso, el mínimo de la salida del suprime banda está situado a 4dB por debajo de la salida plana del conjunto pasa bajos-pasa altos. Por lo visto se concluye que con sólo filtros de primer orden de una etapa no se puede conseguir una respuesta aceptable ya que, es necesario, contar con etapas de 40dB/década al menos. La diferencia con el pasa banda (mejor respuesta en la banda de paso) es debida a que se debe a un producto (etapas en cascada) que penaliza la diferencia de valores mucho más que cuando se tiene una suma como es el caso del suprime banda. Como se verá a continuación, el uso de funciones de segundo orden, mejorará notablemente la respuesta.

Segunda parte: Filtros Activos de 2do orden

4.4 Introducción

Como se ha visto en los apartados anteriores, la respuesta de los filtros de 1er orden o filtros de un sólo polo, permiten una pendiente de 20dB/dec, por lo tanto para mejorar la respuesta debe incrementarse el número de polos. Mejorar la respuesta del filtro significa mejorar la aproximación. Existen varias funciones de aproximación que mejoran notablemente la respuesta del filtro. A continuación, se utilizará la función bicuadrada para generar filtros de 2do orden, y el capítulo V se trabajará con ciertas funciones de aproximación, que permitirán el diseño de filtros de alto orden. De todas formas, los filtros de 1er y 2do orden son usados como bloques constructores, para sintetizar filtros de alto orden cuando se los conecta en cascada.

4.4.1 Función de transferencia de un filtro y respuestas estándar de segundo orden

La función de transferencia de un filtro es una función racional en S [2, 3]:

$$H(S) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{a_m\ s^m + a_{m-1}\ s^{m-1} + \cdots + a_1 s + a_0}{b_n\ s^n + b_{n-1}\ s^{n-1} + \cdots + b_1 s + b_0} \tag{4.9}$$

donde N(s) y D(s) son polinomios de s con coeficientes reales y grados m y n respectivamente. El grado del denominador determina el orden del filtro. Las raíces de N(s) = 0 y D(s) = 0 son llamadas respectivamente ceros y polos de H(s), y son denominados como $z_1, z_2, \ldots, z_m,$ y $p_1, p_2, \ldots, p_n,$, Factorizando N(s) y D(s) en término de sus respectivas raíces, se tiene:

$$H(s) = H_0 \frac{(s - z_1)(s - z_2)\cdots(s - z_m)}{(s - p_1)(s - p_2)\cdots(s - p_n)} \tag{4.10}$$

donde el término Ho se denomina factor de escala (o ganancia). Como toda función de transferencia, las raíces pueden ser reales o complejas. Cuando los ceros o polos son complejos, ocurre en pares conjugados. Cuando el orden de la expresión (4.9) es limitada a 2,

$$H(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{a_2\ s^2 + a_1 s + a_0}{b_2\ s^2 + b_1 s + b_0} \tag{4.11}$$

se denomina ecuación bicuadrada. Esta expresión se utilizará para construir unidades básicas de 2do orden, que podrán utilizarse como estándares para el diseño de filtros de orden superior. En función de lo anterior, la (4.11), toma la forma:

$$H(s) = H_0 \frac{(s-z_1)(s-z_2)}{(s-p_1)(s-p_2)} \tag{4.12}$$

Pasando la expresión (4.12) a la forma de una respuesta estándar de 2do orden, se tiene:

$$H(s) = \frac{N(s)}{\left(\frac{s}{w_0}\right)^2 + 2\xi\left(\frac{s}{w_0}\right) - 1} \tag{4.13}$$

donde wo y ζ se denominan frecuencia natural no amortiguada y factor de amortiguamiento, respectivamente. Las raíces, son:

$$p_{1,2} = -\xi w_0 \pm j w_0 \sqrt{1-\xi^2} \tag{4.14}$$

De acuerdo al valor de ζ, se tendrá un sistema amortiguado, sobre amortiguado u oscilante. En la Fig. 4.26 se muestra la posición de las raíces de acuerdo al valor de ζ..

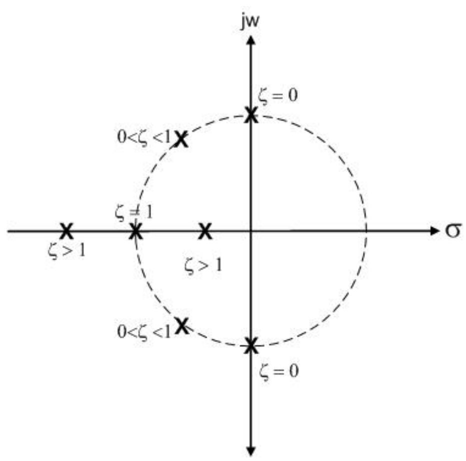


Figura 4.26. Lugar de las raíces (expresión 4.14) en función de ξ

En el área de la electrónica referida a los circuitos sintonizados, se usa la inversa del factor de amortiguamiento, al que se lo denomina Q (factor de selectividad), esto es,

$$Q = \frac{1}{2\xi} \tag{4.15}$$

Reemplazando en la (4.15), haciendo s = jw y ordenando, se tiene,

$$H(jw) = \frac{N(jw)}{1 - \left(\frac{w}{w_c}\right)^2 + j\left(\frac{w}{w_c}\right)/Q} \tag{4.16}$$

Ya se ha comentado que D(jw) es responsable el orden del filtro, además, a partir de la (4.16) se observa que determinará la forma de la respuesta en la cercanía de la banda de paso por medio del factor Q. N(s) determina el tipo de repuesta:

$$\begin{aligned} N(jw) &= 1, \quad pasa\,bajo \\ N(jw) &= j\left(\frac{w}{w_c}\right), \quad pasa\,alto \\ N(jw) &= j\left(\frac{w}{w_c}\right)/Q, \quad pasa\,banda \\ N(jw) &= 1 - j\left(\frac{w}{w_c}\right)^2, \quad \sup rime\,banda \end{aligned} \tag{4.18}$$

Las cuatro funciones de segundo orden pueden ser escritas usando la forma estándar:

$$H(jw) = H_0xx\,Hxx(jw) \tag{4.19}$$

donde: H_0xx indica la ganancia de continua del filtro, entonces:

H_{0LP} $ganancia\,dc\ pasa\,bajo$
H_{0HP} $ganancia\,dc\ pasa\,alto$
H_{0BP} $ganancia\,dc\ pasa\,banda$
H_{0N} $ganancia\,dc \sup rime\,banda$

y para Hxx(jw),

$H_{LP}(jw)$ $ganancia\ pasa\,bajo$
$H_{HP}(jw)$ $ganancia\ pasa\,alto$
$H_{BP}(jw)$ $ganancia\ pasa\,banda$
$H_N(jw)$ $ganancia \sup rime\,banda$

a- Respuesta Pasa bajos

De acuerdo a las expresiones (4.17), (4.18) y (4.19), la forma estándar de la función de segundo orden pasa bajos:

$$H_{LP}(jw) = \frac{1}{1 - \left(\frac{w}{w_0}\right)^2 + \left(j\frac{w}{w_0}\right)/Q} \tag{4.20}$$

Para construir el módulo de la amplitud de la respuesta, se realiza el siguiente análisis:

1- Para $w/w_0 << 1$, el segundo y tercer término de D(jw) son pequeños respecto de 1, por lo que pueden ser ignorados, en consecuencia

$$H_{LP} \rightarrow 1, \ \therefore \quad \left|H_{LP}\right|_{dB} = 0 \tag{4.21a}$$

2- Para $w/w_0 >> 1$, el segundo término de D(jw) domina sobre los otros dos, entonces:

$H_{LP} \rightarrow -1/(w/w_0)^2$

la asíntota de alta frecuencia es $\left|H_{LP}\right|_{dB} = 20\log_{10}\left[-1/(w/w_0)^2\right]$, es decir,

$$\left|H_{LP}\right|_{dB} = -40\log_{10}(w/w_0)^2 \tag{4.21b}$$

3- Para $w/w_0 = 1$, la expresión (4.20) queda:

$$H_{LP}\ (jw) = -jQ, \ \therefore \quad \left|H_{LP}\right|_{dB} = Q_{dB} \tag{4.21c}$$

Esta última ecuación está indicando que en la región de frecuencias cerca de $w/w_0 = 1$, existe una familia de curvas de respuestas que son función del Q del filtro como se muestra en la figura a continuación.

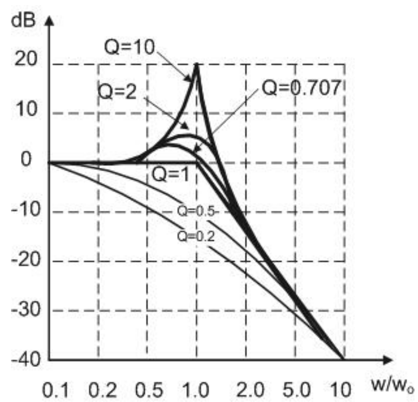


Figura 4.27. Respuesta normalizada Pasa Bajos

b- Respuesta Pasa alto
La forma estándar de una respuesta pasa alto está dada por:

$$H_{HP}(jw) = \frac{-\left(\dfrac{w}{w_0}\right)^2}{1-\left(\dfrac{w}{w_0}\right)^2 + \left(j\dfrac{w}{w_0}\right)/Q} \tag{4.22}$$

1- Para $w/w_0 << 1$, el segundo y tercer término de D(jw) son pequeños respecto de 1, por lo que pueden ser ignorados, en consecuencia, domina el cero de N(jw):

$H_{HP}(jw) = -(w/w_0)^2$

y la asíntota de baja frecuencia es:

$$\left|H_{HP}\right|_{dB} = -40\log\left(w/w_0\right) dB/dec \qquad (4.23a)$$

2- Para $w/w_0 >> 1$, en D(jw) el término cuadrático se impone ante los demás, resultando:

$$H_{HP} \to 1, \therefore \quad \left|H_{LP}\right|_{dB} = 0 \qquad (4.23b)$$

3- Para $w/w_0 = 1$, la expresión (4.22) queda:

$$H_{HP}(jw) = -jQ, \therefore \quad \left|H_{HP}\right|_{dB} = Q_{dB} \qquad (4.23c)$$

Como se ha visto en el pasa bajo, esta ecuación está indicando que en la región de frecuencias cerca de $w/w_0 = 1$, existe una familia de curvas (Fig. 4.28) de respuestas que son función del Q del filtro.

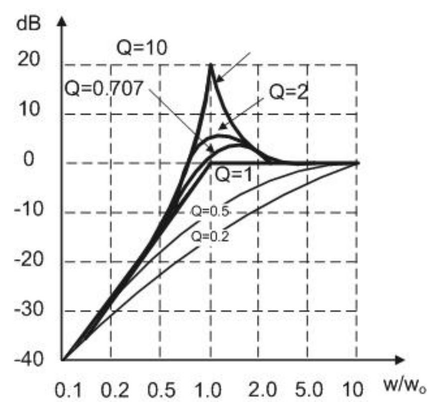


Figura 4.28. Respuesta normalizada pasa altos

c- Respuesta Pasa banda
La forma estándar de una respuesta pasa banda está dada por:

$$H_{BP}(jw) = \frac{-\left(\frac{w}{w_0}\right)/Q}{1-\left(\frac{w}{w_0}\right)^2 + \left(j\frac{w}{w_0}\right)/Q} \qquad (4.24)$$

1- Para $w/w_0 << 1$, los términos en w del denominador pueden despreciarse, teniendo influencia sólo el término de N(jw):

$$H_{BP}(jw) = \left(w/w_0\right)/Q$$

y la asíntota de baja frecuencia es:

$$\left|H_{BP}\right|_{dB} = 20\log\left(w/w_0\right) - Q_{dB} \qquad (4.25a)$$

2- Para $w/w_0 >> 1$, el término al cuadrado se impone quedando la (4.24),

$$H_{BP}(jw)_{\frac{w}{w_0}>>1} \rightarrow \frac{(j\,w/w_0)/Q}{-\,j(w/w_0)^2}, \rightarrow H_{BP}(jw) \rightarrow \frac{-1}{j(w/w_0)Q}$$

entonces, la asíntota de alta frecuencia es:

$$\left|H_{BP}\right|_{dB} = -20\,\log_{10}(w/w_0) - Q_{dB} \tag{4.25b}$$

3- Para $w/w_0 = 1$, la expresión (4.24) queda:

$$H_{BP}(jw) = 1, \quad \therefore \quad \left|H_{BP}\right|_{dB} = 0 \tag{4.25c}$$

Componiendo los tres casos, se llega a la respuesta pasa banda tal como lo indica la Fig. 4.29.

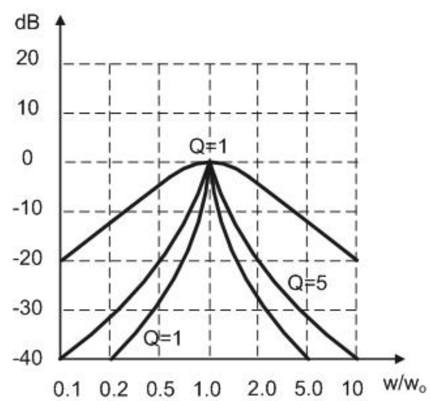


Figura 4.29. Respuesta normalizada pasa banda

Finalmente, para expresar cuantitativamente la selectividad del filtro (ver Fig. 4.30), se introduce el concepto de ancho de banda (bW):

$$bW = w_H - w_L \tag{4.26}$$

donde: wH y wL son las frecuencias de corte inferior y superior, respectivamente, definidas para -3dB.

Se puede demostrar que estos puntos están relacionados con w0 y Q de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} w_H &= w_0\left(\sqrt{1+1/4Q^2} - 1/2Q\right), \quad a \\ w_L w_0 &\left(\sqrt{1+1/4Q^2} + 1/2Q\right), \quad b \\ w_0 &= \sqrt{w_L\, w_H}\,, \quad c \end{aligned} \tag{4.27}$$

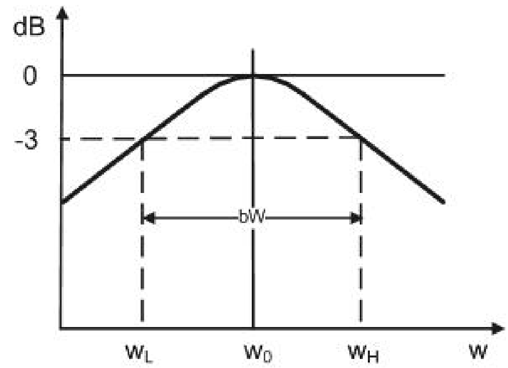


Figura 4.30. Concepto de ancho de banda para la función pasa banda

De las expresiones (4.26) y (4.27) se desprende que, el factor de selectividad Q, es la relación entre w_0 y el bW:

$$Q = \frac{w_0}{bW} \tag{4.28}$$

d- Respuesta Suprime banda

La forma estándar de una respuesta suprime banda está dada por:

$$H_N(jw) = \frac{1 - \left(\frac{w}{w_0}\right)^2}{1 - \left(\frac{w}{w_0}\right)^2 + \left(j\frac{w}{w_0}\right)/Q} \tag{4.29}$$

1- Para $w/w_0 << 1$, N(jw)=D(jw)=1, por lo tanto:

$$\left|H_N(jw)\right|_{dB} = 0 \tag{4.30a}$$

2- Para $w/w_0 >> 1$, sólo son significativos los términos al cuadrado en el D y N de la (4.29), por lo que se tiene,

$$\left|H_N(jw)\right|_{dB} = 0 \tag{4.30b}$$

3- Para $w/w_0 = 1$, el numerador de la (4.29) se hace cero, $H(jw) = 0$, por ello,

$$\left|H_N\right|_{dB} \to -\infty \tag{4.30c}$$

Es interesante notar que:

$$H_N = H_{LP} + H_{Hp} = 1 - H_{BP} \tag{4.31}$$

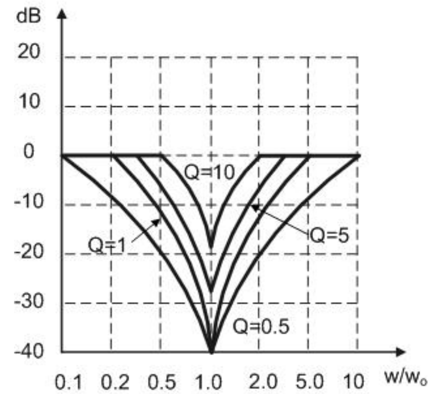


Figura 4.31. Respuesta normalizada suprime banda

4.4.2 Implementación de Filtros activos de 2do orden
4.4.2.1. Topología Sallen-Key
a- Pasa bajos

Si en el numerador de la expresión (4.11) se pone a2 = a1= 0, se tiene:

$$H(s) = \frac{a_0}{b_2\, s^2 + b_1 s + b_0} \tag{4.32}$$

Pasando del dominio s al jw y variando w de 0 a ∞ se tiene:

$$para\, w \to 0, \quad H(jw) = \frac{a_0}{b_0}$$
$$para\, w \to \infty, \quad H(jw) = -\frac{a_0}{b_2}\frac{1}{w^2}$$

Dado que una etapa RC provee una respuesta pasa bajos de primer orden, conectando en cascada dos etapas (Fig. 4.32), se obtendrá una respuesta de 2do orden. Para altas frecuencias, la señal es enviada a masa primero por C1 y luego por C2, proveyendo la atenuación en dos pasos. A altas frecuencias, una etapa simple RC da:

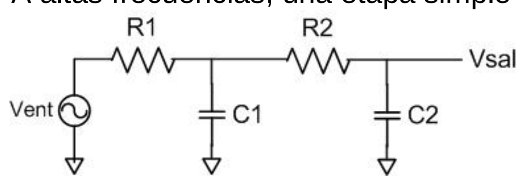


Figura 4.32. Filtro pasa bajos de 2do orden pasivo

$$H \to 1 \Big/ \left(jw \big/ w_0 \right) \tag{4.31}$$

La combinación de dos etapas RC en cascada da:

$$H \rightarrow \left[\frac{1}{jw/w_1}\right] \cdot \left[\frac{1}{jw/w_2}\right] = -\frac{1}{\left(w/w_0\right)^2} \tag{4.32}$$

donde

$$w_0 = \sqrt{w_1 w_2}$$

La expresión anterior está indicando una pendiente de -40 dB/dec. Sin embargo, en las proximidades de w/w_0=1, esta estructura no ofrece suficiente flexibilidad para controlar el perfil de la magnitud. Esto se debe a que Q < 0.5. Para levantar el Q arriba de 0.5, se tiene que levantar la magnitud de la respuesta cerca de w = w_0. Una forma de lograrlo es con realimentación positiva, como se indica en la Fig. 4.33. Como se observa, la salida de la red R2C2 es magnificada por la ganancia K del amplificador operacional y realimentada via C1.

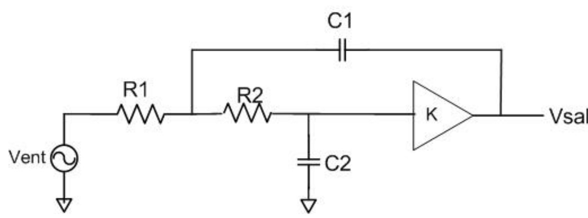


Figura 4.33. Realización de un filtro pasa bajos activo

Esta realimentación debe ser efectiva sólo en las cercanías de w = w_0 donde es necesario incrementar la magnitud de la señal. Para $w/w_0 << 1$ la impedancia de C1 es muy grande para realimentar señal, mientras que para $w/w_0 >> 1$, es prácticamente un corto circuito, quedando la entrada de la red R2C2 conectada directamente a Vsal, logrando que ésta, sea de magnitud muy baja. Sin embargo, cerca de $w/w_0 = 1$ se podrá ajustar la magnitud de salida para controlar el pico de salida por la acción de K. Este tipo de filtro es llamado KRC o también Sallen Key Filters [1,8,9,10,11] en honor a sus inventores.

La magnitud de la tensión de salida de los filtros KRC puede ser unitaria o mayor a 1 si se usa configuración seguidor o no seguidor, respectivamente El signo de la tensión de salida en los filtros KRC puede ser negativa o positiva según la topología que se use para este fin, es decir, inversora o no inversora, respectivamente.

Si en el circuito de la Fig. 4.31, se ingresa al amplificador por el terminal positivo y se definen los nodos tal como se muestra en la Fig. 4.34, se tiene que la tensión de salida es:

$$V_s = V_1 \frac{k}{R_2 C_2 S + 1}$$

entonces la suma de las corrientes sobre el nodo V1 es:

$$\frac{V_e - V_1}{R_1} + \frac{V_s/k - V_1}{R_2} + \frac{V_s - V_1}{\frac{1}{C_1 S}} = 0$$

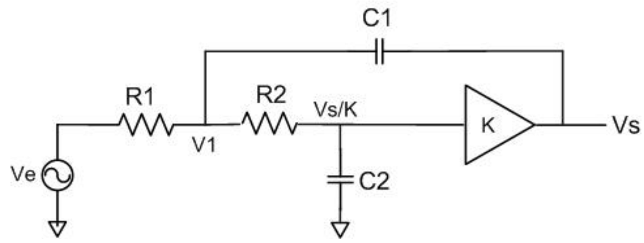


Figura 4.34. Definición de los puntos para aplicar Kirchhoff.

reemplazando el valor de V1 y haciendo S=jw, se llega a:

$$H(jw)=\frac{k}{1-w^2R_1C_1R_2C_2S+jw\left[(1-k)R_1C_1+R_1C_2+R_2C_2\right]} \tag{4.33}$$

de la expresión (4.20) se tiene:

$$\begin{aligned}
&\left(\frac{w}{w_0}\right)^2=w^2R_2C_2R_1C_1, \qquad w_0=\frac{1}{\sqrt{R_2C_2R_1C_1}}\\
&\left(j\frac{w}{w_0}\right)/Q=jw\left[(1-k)R_1C_1+R_1C_2+R_2C_2\right]\rightarrow\\
&Q=\frac{1}{(1-k)\sqrt{R_1C_1/R_2C_2}+\sqrt{R_1C_2/R_2C_1}\;\sqrt{R_2C_2/R_1C_1}}\\
&H_0=k
\end{aligned} \tag{4.34}$$

donde $k=1+\dfrac{R_B}{R_A}$.

Como se tienen cinco parámetros (R1, R2, C1, C2 y k) pero sólo tres ecuaciones, se puede elegir a dos para fijarlas, de modo que se puedan especificar ecuaciones de diseño para las tres restantes. Una forma de facilitar el diseño es imponer R1 = R2, C1 = C2 y adoptar k:

$$R_1=R_2=R$$
$$C_1=C_2=C$$

quedando el conjunto de ecuaciones (4.34):

$$\begin{aligned}
w_0&=\frac{1}{RC}\\
Q&=\frac{1}{3-k}\\
H_{OLP}&=K
\end{aligned} \tag{4.35}$$

De la expresión del Q, se tiene que, para este tipo de filtros, la ganancia debe ser menor a 3, en caso contrario, el filtro se convierte en un oscilador a la frecuencia w0. Es importante

observar que: se adopta el valor del Q o K, ya que no es posible ambos. Si K es distinto de 1, debe cumplirse:

$$1+\frac{R_B}{R_A} \geq 2$$

Si K = 1, el amplificador es del tipo seguidor (ganancia unitaria) que presenta dos ventajas:

- El número de resistencias es menor.
- El producto de ganancia por ancho de banda es mayor.

Si se necesita de una cierta ganancia, es necesario agregar una etapa amplificadora.

Como $H_0 = 1 = k$, del conjunto de ecuaciones (4.34), varía sólo la expresión del Q:

$$\begin{aligned}
&w_0 = \frac{1}{\sqrt{R_2 C_2 R_1 C_1}} \\
&\left(j\frac{w}{w_0} \right) / Q = jw\left[R_1 C_2 + R_2 C_2 \right] \therefore Q = \sqrt{C_1/C_2}\left(\frac{\sqrt{R_1 R_2}}{R_1 + R_2} \right) \\
&H_0 = 1 \\
&Si\ R_1 = R_2 = R \quad y \quad C_1 = C_2 = C \\
&w_0 = \frac{1}{RC} \\
&Q = 0.5
\end{aligned} \tag{4.35}$$

De lo visto, se tiene para el caso de componentes iguales, el Q es fijo e igual a 0,5. Para algunos casos este valor puede resultar insuficiente.

Ejemplo 4.8
Para un receptor de comunicaciones que trabaja en la base del espectro de AM, esto es, 530kHz se necesita diseñar un filtro pasa bajo activo de 2do orden para separar de la portadora la modulante que formará parte de un circuito detector a diodo. La modulante es una señal de música con un ancho de banda de 9.7kHz, cuyos extremos son 300Hz y 10kHz. El filtro debe poseer una atenuación de 60dB para todo el rango de frecuencias mayores a 530kHz. La ganancia H0 debe ser mayor que uno. Como amplificadores posibles, se tienen; LM741, LM318 y TL061. Elegir el que mejor cumpla con las características del filtro. Una vez realizado el diseño, el circuito debe ser sometido a simulación para verificar sus límites.

Desarrollo
Los receptores de AM eliminan la portadora de la señal de información, por medio de un diodo aprovechando la característica no lineal de éste. El circuito más simple que existe para realizar esta tarea es el indicado en la Fig. 4.35. La resistencia cumple dos funciones; polarizar al diodo y como componente del filtro. La constante de tiempo RC debe ser tal que, a la salida del detector quede eliminada la portadora. A este circuito

también se lo denomina “rectificador de media onda mas filtro pasa bajos” o “detector de envolvente”.

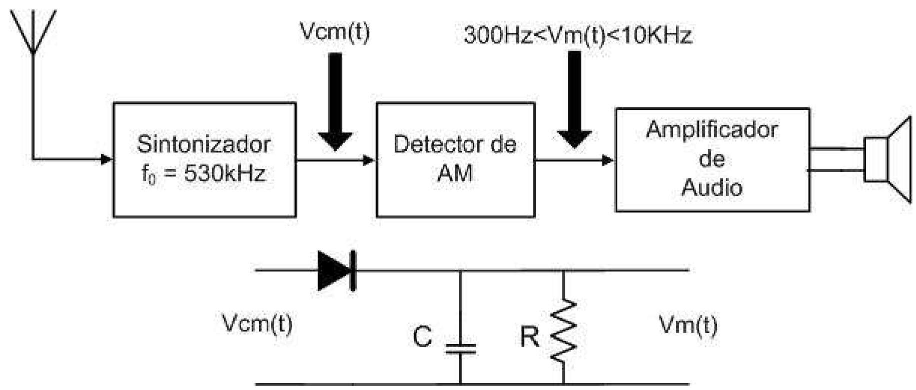


Figura 4.35 Esquema de un detector de envolvente simple

Para el diseño, se supone que el diodo se encuentra polarizado. Debe garantizarse que la frecuencia de corte superior del filtro sea al menos de 10kHz para garantizar la mejor relación señal ruido de la modulante. La relación entre la frecuencia de corte del filtro y la frecuencia de la portadora da el número de décadas necesarias:

$$n = \log \frac{f_{RF}}{fc} = \log_{10} \frac{530}{10} = 1.72\, décadas$$

donde f_{RX} y fc representan la frecuencia de la portadora y la frecuencia de corte del filtro, respectivamente. Por lo tanto, la atenuación por décadas del filtro debe ser la pedida para la portadora en relación al número de décadas necesarias, es decir:

$$\frac{atenuación}{n} = \frac{-60dB}{1.72} = -35dB/dec$$

Valor que puede obtenerse con un filtro de 2do orden con un margen de 5dB (40dB/dec). En la Fig. 4.36 se observa el módulo de la transferencia del filtro pedido y la real. En función de las especificaciones para el cálculo de los componentes, se necesitan el valor del Q y de la ganancia; para el primero en este caso, con 0,5 se cumple con los requisitos. Respecto a la ganancia, para trabajar con el mayor producto de ganancia por ancho de banda, se elige que sea unitaria adoptando C1=C2=C=1.5nF y R1=R2=R, se tiene:

R=10.615KΩ. Debido a que el R calculado no se encuentra dentro de valores comerciales al 5%, se adopta R = 10KΩ, la frecuencia de corte real queda f = 10.6kHz, valor que cumple con la especificación. Con respecto a la selección del amplificador, el parámetro a evaluar es el producto de ganancia `por ancho de banda. De las hojas de datos del fabricante, se tiene:

	LM741	LM318	TL061
GW[MHz]	0,5	15	1

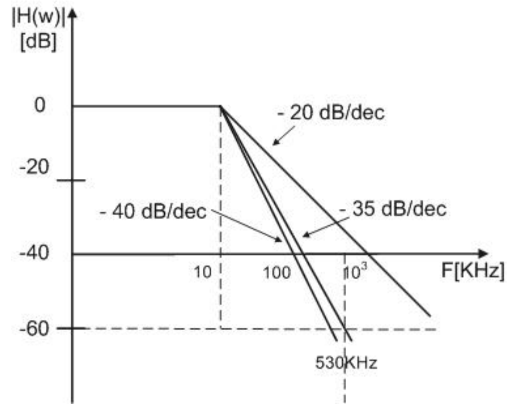


Fig. 4.36. Módulo de la transferencia para etapas de 1er y 2do orden.

Evidentemente, el amplificador a usar es el LM318. La Fig. 4.37 muestra el resultado de la simulación para el filtro diseñado y para los tres amplificadores disponibles.

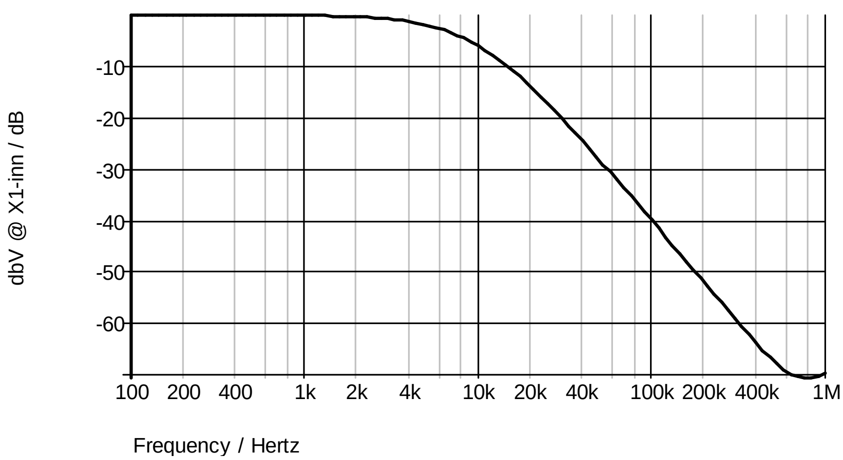


Figura 4.37. Simulación del filtro

b- Pasa Alto

Si se intercambian los componentes pasivos del filtro pasa bajos, es decir, capacitor por resistencia y viceversa, la función de transferencia toma la forma de la expresión (4.22), quedando:

$$\left(\frac{w}{w_0}\right)^2, \rightarrow \qquad w_0 = \frac{1}{\sqrt{R_2C_2R_1C_1}}$$
$$\left(j\frac{w}{w_0}\right)/Q, \rightarrow Q = \frac{1}{(1-k)\sqrt{R_2C_2/R_1C_1}\ \sqrt{R_1C_2/R_2C_1}\ \sqrt{R_1C_1/R_2C_2}} \qquad (4.36)$$
$$H_{0HP} = k$$

La realización del circuito para ganancia mayor que 1 se muestra en la Fig. 4.38.

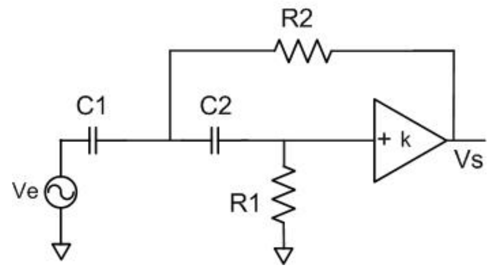


Figura 4.38. Realización del filtro pasa altos KRC

Si se eligiera ganancia unitaria, la expresión (4.36) toma la forma:

$$\left(\frac{w}{w_0}\right)^2, \rightarrow \qquad w_0 = \frac{1}{\sqrt{R_2 C_2 R_1 C_1}}$$

$$\left(j\frac{w}{w_0}\right)/Q, \rightarrow Q = \sqrt{\frac{R_2}{R_1}}\left(\frac{\sqrt{C_1 C_2}}{C_1 + C_2}\right)$$

$$H_0 = k = 1 \tag{4.37}$$

$$Si\; R_1 = R_1 = R_1 = y \quad C_1 = C_2 = C$$

$$w_0 = \frac{1}{RC}$$

$$Q = 0.5$$

Ejemplo 4.9
Repetir el Problema 4.2

Desarrollo
Remplazando en el pasa bajos del ejemplo anterior R por C y viceversa, se obtienen los mismos valores de R y C del problema anterior. El resultado de la simulación es el siguiente.

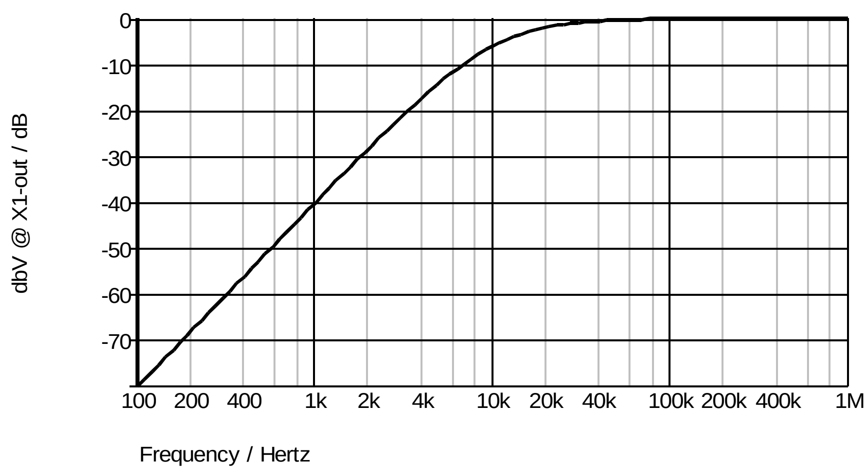


Figura 4.39. Simulación del filtro pasa alto

Evidentemente, es el opuesto al pasa bajos, tal como se desprende de la teoría.

c- Pasa Banda

La implementación de la ecuación (4.24) a un filtro tipo KRC se muestra a continuación. Observando el circuito desde el generador de entrada hacia el amplificador, se ve que está formado por dos filtros pasivos, un pasa bajos (R_1C_1) y un pasa altos (R_2C_2).

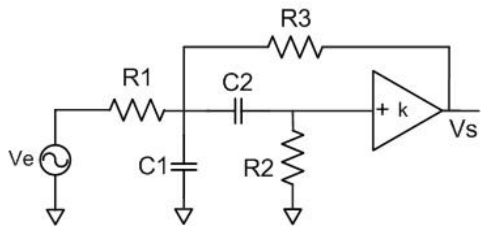


Figura 4.40. Filtro Pasa banda KRC

Haciendo el mismo procedimiento realizado para el pasa bajos y pasa altos, se llega a:

$$w_0 = \frac{\sqrt{1+R_1/R_3}}{\sqrt{R_2C_2R_1C_1}}$$

$$Q = \frac{\sqrt{1+R_1/R_3}}{[1+(1-k)R_1/R_3]\sqrt{R_2C_2/R_1C_1}+\sqrt{R_1C_1/R_2C_2}\ \sqrt{R_1C_2/R_2C_1}} \tag{4.38}$$

$$H_{0BP} = \frac{k}{1+(1-k)R_1/R_3+(1+C_1/C_2)R_1/R_2}$$

Analizando las expresiones de w0, Q y H, se llega a la conclusión que: w_0 se sintoniza variando R_1 y el ajuste del Q con R_B. Como se trata de un amplificador no inversor, $K = 1+R_B/R_A$.

Si $Q > \frac{\sqrt{2}}{3}, \rightarrow Q > 0.47$, se demuestra que la mejor elección de R y C es adoptando:

$$R_1 = R_2 = R_3 = R$$
$$C_1 = C_2 = C$$

entonces, la Ecu. (4.38) se transforma en

$$w_0 = \frac{\sqrt{2}}{RC}$$

$$Q = \frac{\sqrt{2}}{4-k} \tag{4.39}$$

$$H_{0BP} = \frac{k}{4-k}$$

Ejemplo 4.10

Repetir el ejemplo 4.6 empleando un filtro pasa banda de 2do orden y comparar resultados.

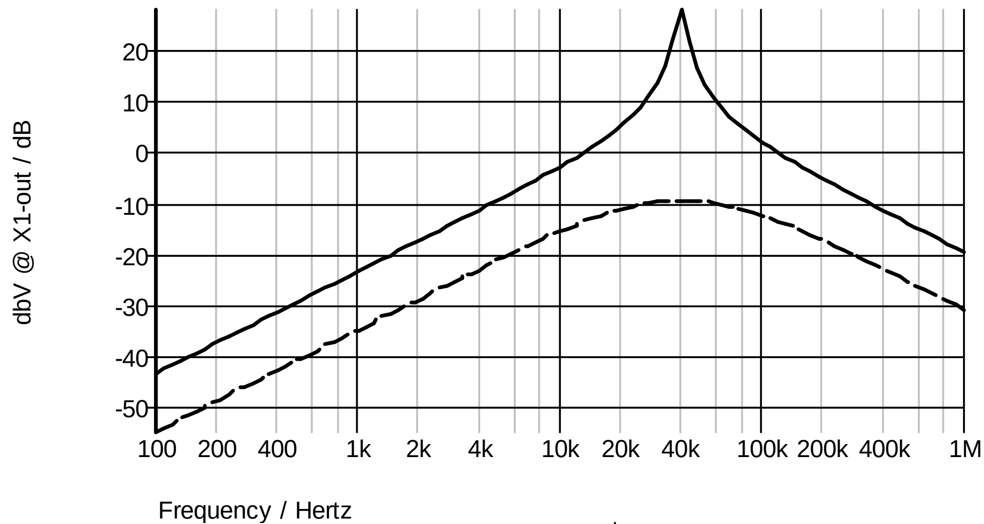


Figura 4.41. Simulación del filtro pasa banda. Filtro 2do orden línea continua. Filtro primer orden, línea a trazos

d- Suprime Banda
El filtro KRC suprime banda se muestra en la Fig. 4.42. Consiste de dos redes gemelas T y un block de ganancia que provee realimentación positiva mediante un capacitor.

Las redes T proveen de forma alternativa para la señal de entrada dos caminos; uno para alta frecuencia y otro de baja. Sin embargo, a frecuencias intermedias, los dos caminos ofrecen oposición de fase tendiendo a cancelarse ambas señales en la entrada del amplificador.

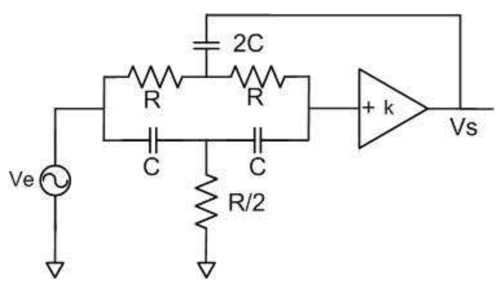


Figura 4.42. Filtro suprime banda KRC

Aplicando Kirchhoff al circuito y operando, se arriba a las siguientes ecuaciones:

$$w_0 = \frac{1}{RC}$$
$$Q = \frac{1}{2(2-k)} \qquad (4.40)$$
$$H_{0BP} = k$$

Ejemplo 4.11
Diseñar un filtro suprime banda con los datos del ejercicio 4.10 y simularlo.

Desarrollo
Adoptando $C_1=C_3=C=1{,}5nF$, se obtiene para f_0: $C_2=3nF$, $R_1=R_2=R=2{,}65K$
Para que la ganancia sea máxima, se adopta k=2,8, resultando: RB=1,8K, RA=1K. Con estos valores el Q del circuito queda en 0,8

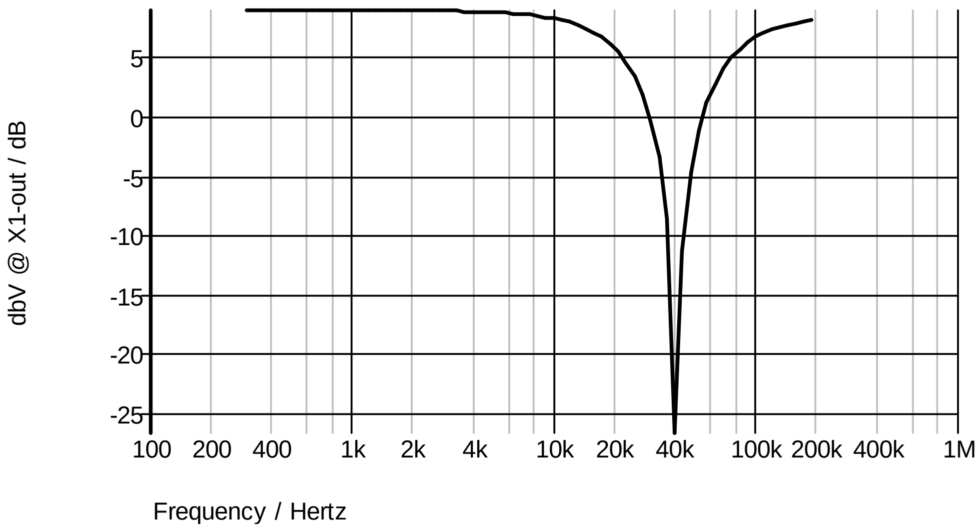


Figura 4.43. Resultado de la simulación del filtro pasa banda

4.4.2.2. Filtros de Realimentación Múltiple
Este tipo de filtros utilizan más de un camino de realimentación. A diferencia de los filtros KRC, que configuran al amplificador operacional para una ganancia finita K, los de realimentación múltiple permiten ganancias muy grandes, por eso, también se los denominan filtros de ganancia infinita [4]. Junto con los filtros KRC, son los filtros de segundo orden más usados. La Fig. 4.44 muestra la topología de este tipo de filtros. A diferencia de los KRC, esta topología se implementa con amplificadores inversores.

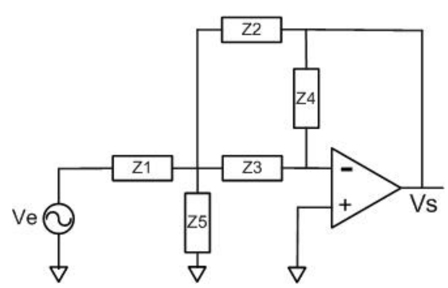


Figura 4.44. Estructura de un filtro de Realimentación Múltiple.

a- Pasa banda
Reemplazando en la Fig. 4.42:

$$Z_1 = R_1, \quad Z_2 = C_1$$
$$Z_3 = C2, \quad Z_4 = R_2$$
$$Z_5 = R_{1A}$$

se obtiene el circuito del filtro pasa banda que se observa a continuación.

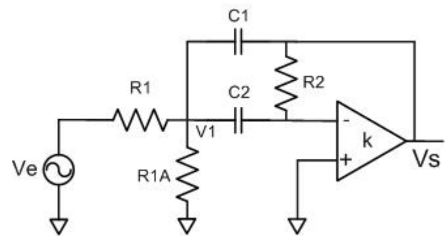


Figura 4.45. Filtro pasa banda. Disposición de los componentes.

Aplicando Kirchhoff al nodo V1:

$$\frac{V_e - V_1}{R_1} + \frac{V_s - V_1}{1/SC_1} + \frac{0 - V_1}{1/SC_2} = 0 \qquad (4.41)$$

como,

$V_s = -SR_2C_2V_1$

reemplazando V1 en la (4.41) y operando, se llega a:

$$H(jw) = \frac{V_S}{V_e} = \frac{-jwR_2C_2}{1 - w^2R_1R_2C_1C_2 + jwR_1(C_1 + C_2)} \qquad (4.42)$$

Poniendo esta expresión en la forma estándar $H(jw) = H_{0BP}H_{BP}(jw)$, se separan los términos:

$$\begin{aligned}
&\left(\frac{w}{w_0}\right)^2 = w^2R_1R_2C_1C_2 \rightarrow && w_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1R_2C_1C_2}} \\
&\left(\frac{jw}{w_0}\right)/Q = jwR_1(C_1 + C_2) \rightarrow && Q = \frac{\sqrt{R_2/R_1}}{\sqrt{C_1/C_2} + \sqrt{C_2/C_1}} \\
&H_{0BP} \cdot (jw/w_0)/Q = -jwR_2C_2 \rightarrow H_{0BP} = -\frac{R_2/R_1}{1 + C_1/C_2} && \\
&\phi = \pi + \phi_{PB} &&
\end{aligned} \qquad (4.43)$$

Haciendo: $C_1 = C_2 = C$, se obtiene:

$$\begin{aligned}
w_0 &= \frac{1}{C\sqrt{R_1R_2}} \\
Q &= 0.5\sqrt{R_2/R_1} \\
H_{0BP} &= -2Q^2
\end{aligned} \qquad (4.44)$$

Procedimiento de diseño:
Dados: H_0, Q y f_0
Elíjase: $C=C_1=C_2$, de un valor conveniente.
Calcúlese:

$$\begin{aligned} R_1 &= \frac{Q}{H_0 w_0 C} \\ R_{1A} &= \frac{R_1}{2Q^2/H_0 - 1} \\ R_2 &= \frac{2Q}{w_0 C} \end{aligned} \qquad (4.45)$$

Ejemplo 4.12
Repetir el ejemplo 4.10 con un filtro de realimentación múltiple.

Desarrollo
Adoptando $C_1=C_2=C=1nF$, queda: $R_1=797$, $R_{1A}=113$ y $R_2=15{,}9K$. La Fig. 4.47 muestra el resultado de la simulación del filtro.

b- Pasa bajos
El filtro pasa bajos consiste de una etapa pasa bajo R_1C_1 seguida de un integrador R_2, C_2, y de un amplificador, por lo que se anticipa una respuesta pasa bajos. Sin embargo, la presencia de una realimentación positiva vía R_3 debería permitir control del Q. En este caso:

$$\begin{aligned} &Z_1 = R_1, \quad Z_2 = R_3 \\ &Z_3 = R_2, \quad Z_4 = C_2 \\ &Z_5 = C_1 \end{aligned}$$

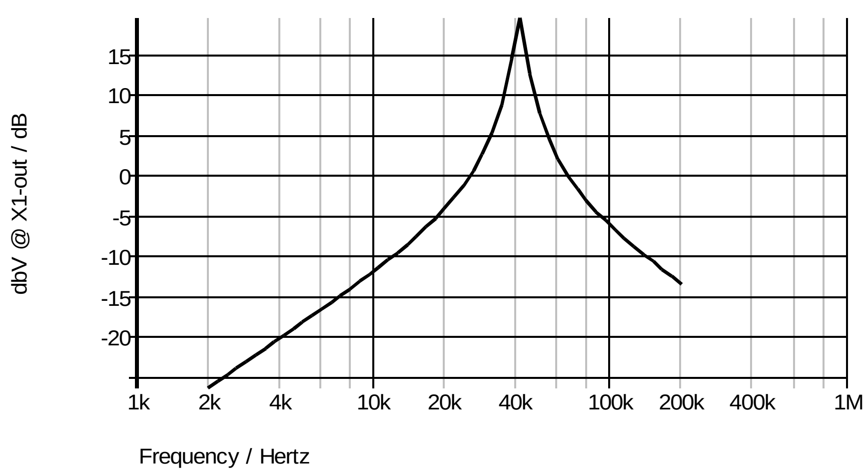


Figura 4.46. Respuesta filtro pasa banda con realimentación múltiple

Quedando la disposición de los componentes de acuerdo a la Fig. 4.46. Haciendo el mismo análisis que para el pasa banda, la transferencia $V_S/V_e = H_{0PB}H_{PB}$, por lo tanto:

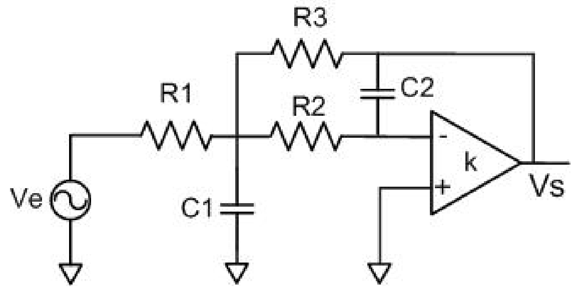


Figura 4.47. Filtro pasa bajos. Disposición de los componentes.

$$w_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_3 C_1 C_2}}$$
$$Q = \frac{\sqrt{C_1/C_2}}{\sqrt{R_2 R_3/R_1^2} + \sqrt{R_3/R_2} + \sqrt{R_2/R_3}} \qquad (4.46)$$
$$H_{0LP} = -\frac{R_3}{R_1}$$

De las expresión anterior, w_o puede ajustarse mediante R_3 y el Q con R_1

Procedimiento de diseño:
Dados: H_0, Q y f_0
Elíjase: C_2 de un valor conveniente y $C_1=nC_2$, donde: n es un parámetro que tiene en cuenta la diversidad (dispersión) de las capacitancias de los capacitores empleados en función del Q y de H_0 del filtro,

$$n \geq 4Q^2\left(1+H_0\right)$$

Calcúlese:

$$R_3 = \frac{1+\sqrt{1-4Q^2\left(1+H_0\right)/n}}{2\,w_0 Q C_2}$$
$$R_1 = \frac{R_3}{H_0} \qquad (4.47)$$
$$R_2 = \frac{1}{w_0^2 R_3 C_1 C_2}$$

Una desventaja de este filtro es que valores grandes de Q y H_0 incrementan la capacidad de difusión.

Ejemplo 4.13
Diseñar un filtro pasa bajos de múltiple realimentación, que cumpla con las siguientes características:
H_0=6,02dB
f_0= 10kHz,
Q= 4

Desarrollo

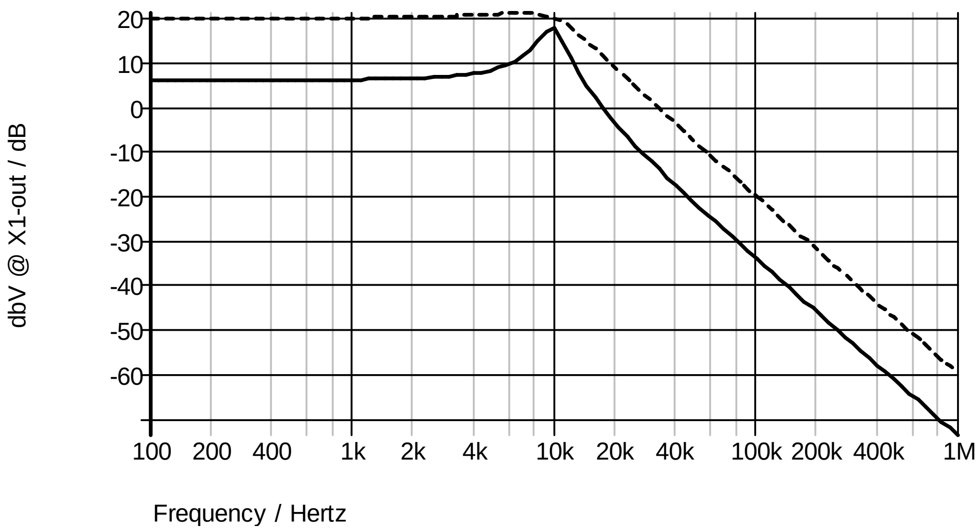


Figura 4.48. Respuesta del filtro pasa bajos de realimentación múltiple para Q=1 (línea a puntos) y Q=4 (línea continua)

c- Pasa altos

Como se sabe, intercambiando R con C y viceversa en el circuito pasa bajos, se tiene un pasa altos, entonces de la Fig. 4.42, se tiene:

$$Z_1 = C_1, \quad Z_2 = C_3$$

$$Z_3 = C_2, \quad Z_4 = R_2$$

$$Z_5 = R_1$$

obteniendo el circuito de la Fig. 4.49. Operando de forma similar al pasa bajos, se obtiene:

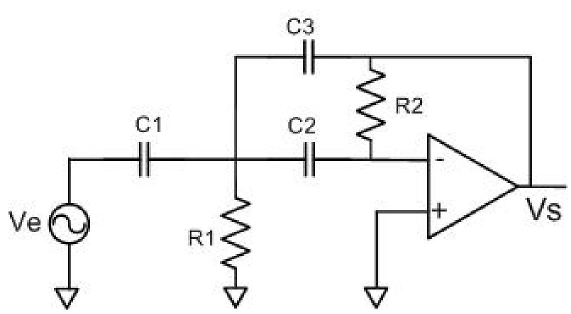


Figura 4.49. Filtro pasa altos. Disposición de los componentes.

$$w_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_2 C_3}}$$
$$Q = \frac{1}{\sqrt{R_1/R_2}\left(\frac{C_1}{\sqrt{C_2 C_3}} + \sqrt{C_2/C_3} + \sqrt{C_3/C_2}\right)} \tag{4.48}$$
$$H_{0HP} = -\frac{C_1}{C_3}, \quad \phi = \pi + \phi_{HP}$$

Procedimiento de diseño:
Dados: H_0, Q y w_0. Elíjase: $C=C_1=C_2$, de un valor conveniente. Calcúlese:

$$R_2 = \frac{Q}{Cw_0}(2H_0 + 1), \quad R_1 = \frac{H_0}{QCw_0(2H_0+1)}$$
$$C_3 = -\frac{C_1}{H_0} \tag{4.49}$$

Una desventaja de esta realización es que se necesitan tres capacitores que a la hora de su elección, puede ser un problema.

Ejemplo 4.14
Repetir el ejemplo 4.9 usando un filtro de realimentación múltiple para Q=1 y Q=5. Los datos son: fc=10kHz, H_0=20dB.

Desarrollo



Figura 4.50. Respuesta de un filtro pasa altos de 2do orden, realimentación múltiple. Línea continua: Q=1, línea a trazos: Q=5

d- Suprime banda
De la expresión 4.31, se tiene que la realización de un filtro suprime banda se logra mediante un filtro pasa banda inversor, al que se le suma la señal de entrada al filtro pasa banda, tal como se indica en la Fig. 4.51. Por simple inspección del circuito, se tiene:

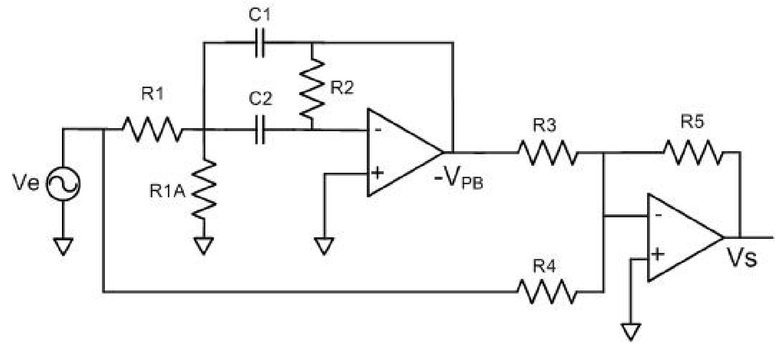


Figura 4.51. Filtro suprime banda. Disposición de los componentes.

$$V_S = -\left(\frac{R_5}{R_3}\right)(-H_0 H_{BP})V_i - \left(\frac{R_5}{R_4}\right)V_i = -\left(\frac{R_5}{R_4}\right)\left[1 - \left(\frac{H_0 R_4}{R_3}\right)H_{BP}\right]V_i$$

$$donde\ se\ impone: \frac{H_0 R_4}{R_3} = 1 \qquad (4.50)$$

$$H_{SP} = -\frac{R_5}{R_4}$$

Procedimiento de diseño:
Dados: H_0, Q y w_0. Elíjase: $C_1=C_2$ y $R_3=R_4=R_5$, de valor conveniente. Calcúlese el pasa banda de la forma indicada para este tipo de filtro.

Ejemplo 4.15
Simular un filtro suprime banda de realimentación múltiple usando un TL071 [6] y que cumpla los siguientes requisitos: Frecuencia central 1kHz, ancho de banda: 100Hz, Q=10, ganancia en la banda de paso: a) 0 dB, b) 2,5 y c) 5dB. Repetir la simulación para H_0 = 0 dB y Q = 2. Comparar los resultados obtenidos.

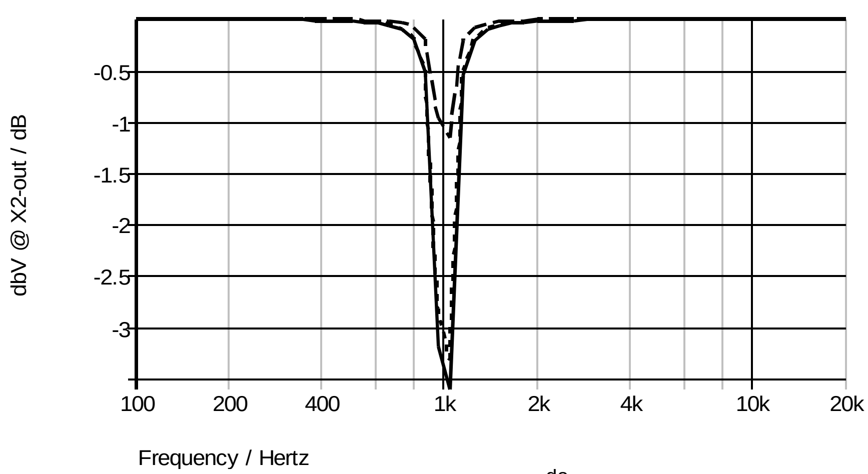


Figura 4.52. Respuesta del filtro pasa banda de 2do orden, realimentación múltiple. H_0=0dB, línea continua, H_0=2,5dB, línea a puntos, H_0=5dB, línea a trazos

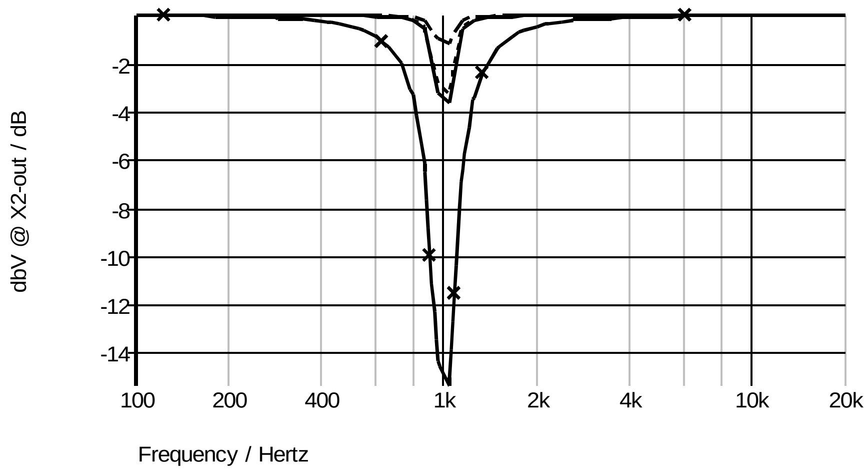


Figura 4.53. Respuesta del filtro para H_0=0dB, Q=2: línea continua. Parte superior, respuesta de la Fig. 4.52

4.4.3. Alternativa de Filtro pasa banda

Un circuito que se utiliza bastante como filtro pasa banda por su sencillez se muestra en la Fig. 4.54. La red RC de entrada en serie forma un filtro pasa altos y la red RC de realimentación, un pasa bajos. De la simple inspección del circuito se tiene:

$$H(s) = -\frac{R_2}{R_1} \frac{R_1 C_1 s}{(R_1 C_1 s + 1)(R_2 C_2 s + 1)} \tag{4.51}$$

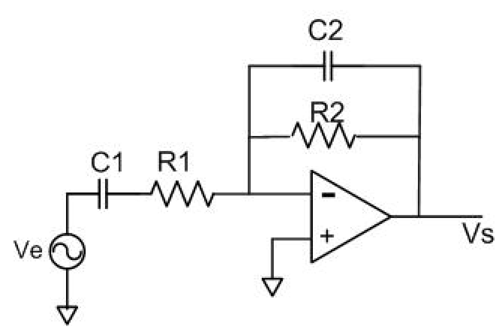


Figura 4.54. Filtro pasa banda alternativo

Haciendo s $\rightarrow$ jw, se obtiene:

$$H(jw) = H_0 \frac{1 + jw/w_L}{(1 + jw/w_L)(1 + jw/w_H)} \tag{4.52}$$

donde:

$$H_0 = -\frac{R_2}{R_1}$$
$$w_L = \frac{1}{R_1 C_1} \qquad (4.53)$$
$$w_H = \frac{1}{R_2 C_2}$$

wL y wH representan las frecuencias de corte inferior y superior, respectivamente.

Ejemplo 4.16
Diseñar un filtro pasa banda con una ganancia de 40dB en la banda de paso y frecuencias de corte inferior y superior, de 1kHz y 10kHz, respectivamente.

Desarrollo
Primero se determinan los valores de R_1 y R_2. Adoptando R1=1KΩ, y teniendo en cuenta que H_0 = 100dB, R_2 = 100KΩ. En función de wL y wH dados, C_1=159nF y C_2=159pF.

La frecuencia central se obtiene mediante la Equ. 4.32, esto es:

$$w_0 = \sqrt{w_1 w_2} \rightarrow f_0 = \sqrt{f_L f_H} = 3.16KHz$$

En la Fig.4.53 se muestra el resultado de la simulación



Figura 4.55. Simulación del filtro pasa banda

4.5. Filtros multi función
Hasta ahora se han visto cuatro topologías de filtros activos que cumplen con una sola función de filtrado. Debido a ciertas aplicaciones específicas se han diseñado y se encuentran disponibles comercialmente bajo el nombre genérico de filtros multi-función, esto es, sistemas analógicos que disponen más de una salida simultáneamente. Estos filtros tuvieron su origen en lo que constituye históricamente una de las primeras aplicaciones de los amplificadores operacionales, aunque no como filtros activos propiamente dichos sino en computadores analógicos. En la referencia [3] se tiene una

descripción bastante completa de este tema. En una primera aproximación, se los puede dividir en dos topologías básicas:

- Filtros de variable de estado
- Filtros bicuadrados

Los primeros, disponen de tres salidas: pasa-bajo, pasa-alto y pasa-banda. Los segundos también posen tres salidas, sin embardo, generan funciones pasa-bajos y pasa-banda, la tercera salida consiste en pasa-bajos con inversión de fase de 180 grados.

4.5.1. Filtros de variable de estado

El filtro de variable de estado (SV) o filtro KHN data de 1967 [1]. Está formado por dos integradores y un sumador. Puede agregarse un cuarto amplificador para obtener salida suprime banda. En la Fig. 4.56 se observa la estructura de este tipo de filtro. A1 forma una combinación lineal de la entrada y de las salidas de los demás amplificadores. Usando el principio de superposición, se tiene:

$$\begin{aligned} V_{HP} &= \frac{R_5}{R_3}V_e - \frac{R_5}{R_4}V_{LP} + \left(1+\frac{R_5}{R_3 \parallel R_4}\right)\left(\frac{R_1}{R_1+R_2}\right)V_{BP} \\ V_{BP} &= \frac{-1}{R_6 C_1 s}V_{HP} \\ V_{LP} &= \frac{-1}{R_7 C_2 s}V_{BP} \end{aligned} \tag{4.54}$$

Reemplazando VLP y VLP en VBP y relacionando con la tensión de entrada, se tiene:

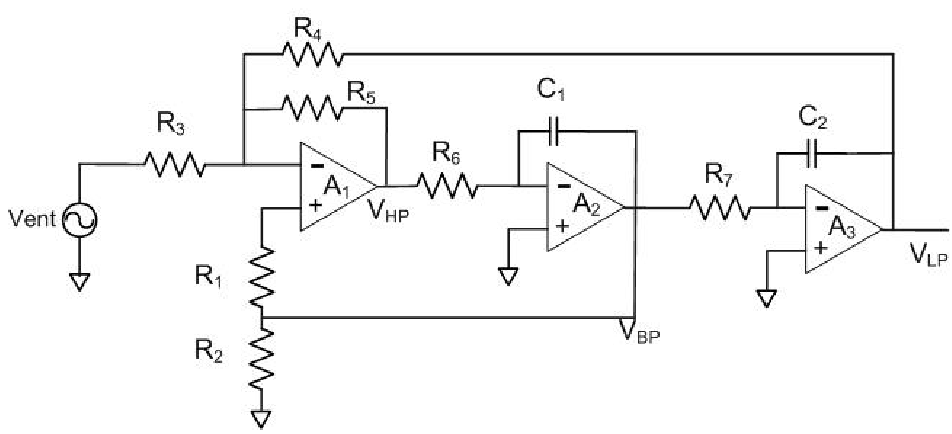


Figura 4.56. Filtro de variable de estado

$$\frac{V_{HP}}{V_e} = -\frac{R_5}{R_3}\frac{R_4 R_6 C_1 R_7 s^2 / R_5}{R_4 R_6 C_1 R_7 s^2 / R_5 + R_4\left(1+R_3 \mid R_5 + R_5 \mid R_4\right)s / \left(1+R_2 \mid R_1\right)R_5 + 1} \tag{4.54}$$

Poniendo esta expresión en la forma estándar $V_{HP}/V_e = H_{OBP}\,H_{BP}$, donde $H_{OBP} = -R_5/R_3$ y

$$w_0 = \frac{\sqrt{R_5/R_3}}{\sqrt{R_6 C_1 R_7 C_2}}$$
$$Q = \frac{(1 + R_2 \mid R_1)\sqrt{R_5 R_6 C_1 / R_4 R_7 C_2}}{1 + R_5 \mid R_3 + R_5 \mid R_4} \qquad (4.55)$$

Teniendo en cuenta que

$$\frac{V_{LP}}{V_e} = \left(-\frac{1}{R_7 C_2 s}\right)\frac{V_{BP}}{V_e} = H_{OLP}\, H_{LP}$$

se llega finalmente a:

$$H_{0HP} = -\frac{R_5}{R_{3\ e}}\ ; \quad H_{0BP} = -\frac{1 + R_2 / R_1}{1 + R_3 / R_4 + R_5 / R_4}; \quad H_{LP} = -\frac{R_4}{R_3} \qquad (4.56)$$

Lo visto presenta algunas propiedades interesantes. Primero, la respuesta pasa banda es generada por la integración de la respuesta pasa altos y pasa bajos, segundo, el Q no es tan grande comparado con la topología KRC, pero depende de la relación R_2/R_1 en forma inversa. De todas formas el Q es menos dependiente de la tolerancia de las resistencias y del drift del amplificador.

Si se adopta

$$R_5 = R_4 = R_3$$
$$R_6 = R_7 = R$$
$$C_1 = C_2 = C$$

se obtiene:

$$w_0 = \frac{1}{RC}; \qquad Q = \frac{1}{3}(1 + R_2 / R_1)$$
$$H_{0HP} = -1; \qquad H_{0BP} = Q; \quad H_{0LP} = -1 \qquad (4.57)$$

La secuencia de sintonización es la siguiente: Primero se obtiene la respuesta deseada de magnitud mediante el ajuste de R_3, luego se sintoniza w_0 ajustando R_6 (o R_7), y finalmente se ajusta el Q con la relación R_2/R_1.

Ejemplo 4.17
Especificar los componentes de un filtro de variable de estado para una respuesta pasa banda con bW=10Hz centrado en 1kHz. ¿Cuál es la ganancia de resonancia?

Desarrollo
Adoptando $C_1 = C_2 = C = 10nF$, entonces:

$$R = \frac{1}{w_0 RC} = \frac{1}{2\pi 10^3 10^{-8}} = 15.92K\Omega$$

Usando la definición de Q:

$$Q = \frac{f_0}{bW} = \frac{10^3}{10} = 100$$

Igualando este resultado con la expresión del Q definida en la (4.57):

$$Q = \frac{1}{3}\left(1 + R_2 / R_1\right) = 100$$

Obtenemos:

$$R_2 / R_1 = 299$$

Quedando:

$$R_1 = 1K\Omega$$
$$R_2 = 300K\Omega$$
$$R_3 = R_4 = R_5 = 15.8K\Omega$$

En la Fig. 4.57 se muestra el resultado de la simulación del filtro sobre el terminal de salida pasa banda de acuerdo a los valores de componentes calculados.

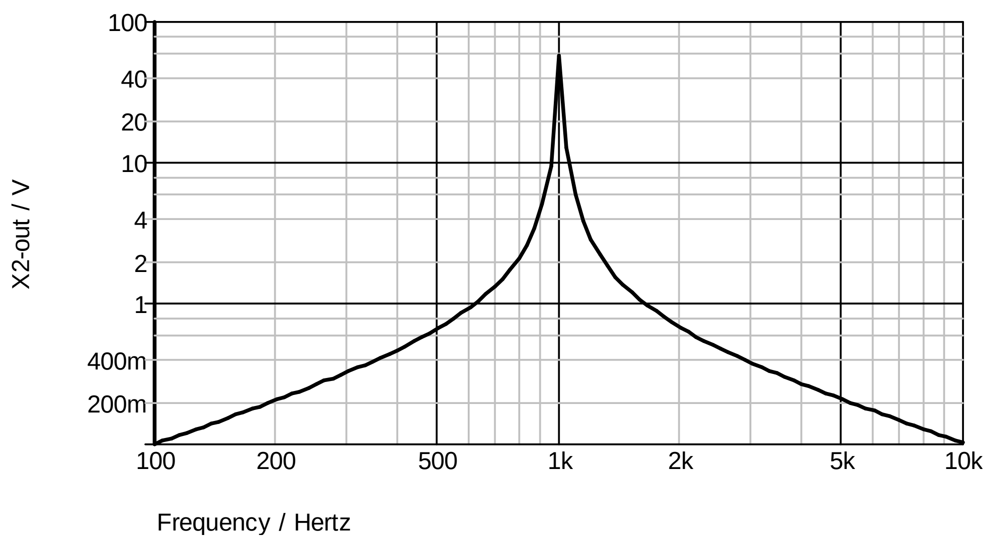


Figura 4.57. Respuesta del Filtro diseñado

4.5.1.1. Filtros de variable de estado no inversores

En la Fig. 4.58 se muestra el circuito de filtro SV no inversor. Repitiendo el análisis realizado en el apartado anterior, se arriba a:

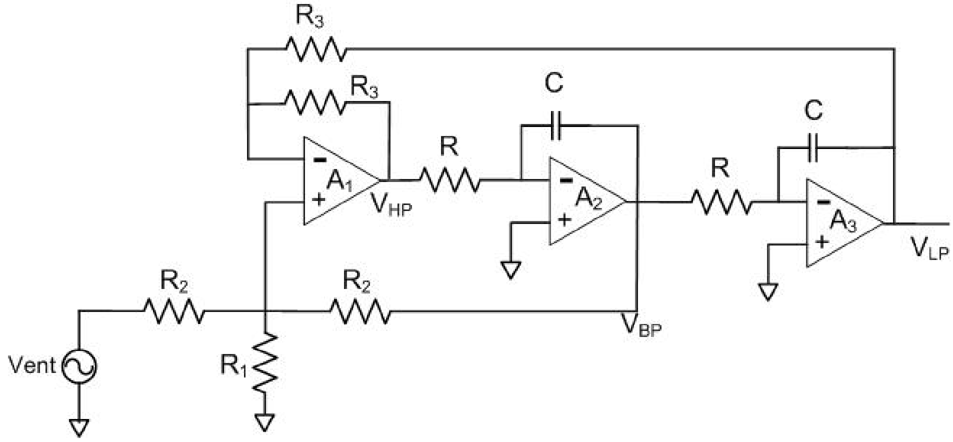


Figura 4.58. Filtro de variable de estado no inversor

$$w_0 = \frac{1}{RC}; \qquad Q = \frac{1}{3}\left(1 + R_2 / R_1\right)$$
$$H_{0HP} = \frac{1}{Q}; \qquad H_{0BP} = -1; \quad H_{0BP} = Q \tag{4.58}$$

4.5.1.2. Filtros Bicuadrados

Los filtros bicuadrados están basados en un circuito que consiste de dos integradores, uno de ellos es del tipo con pérdidas. El tercer amplificador es inversor de ganancia unitaria con el único propósito de brindar la fase adecuada para mantener realimentación negativa a la entrada de la primera etapa. Si uno de los integradores es no inversor, puede omitirse esta etapa.

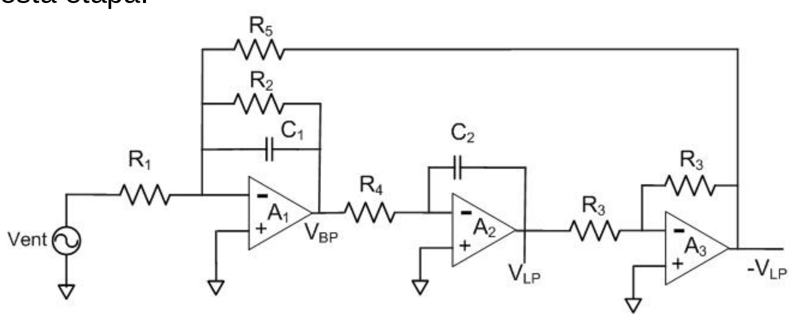


Figura 4.59. Filtro bicuadrado

Realizando el mismo análisis que para los filtros de variable de estado, se tiene que las corrientes en el nodo de entrada de la primera etapa:

$$\frac{V_i}{R_1} + \frac{-V_{LP}}{R_5} + \frac{V_{BP}}{R_2}\frac{V_{BP}}{1/sC_1} = 0 \qquad (4.59$$

Como:

$$V_{LP} = \left(-\frac{1}{1/sR_4C_2}\right)V_{BP} \qquad (4.60$$

y teniendo en cuenta que:

$$\frac{V_{BP}}{V_i} = H_{OBP}\, H_{BP}$$

$$\frac{V_{LP}}{V_i} = \left(-\frac{1}{1/sR_4C_2}\right)\frac{V_{BP}}{V_i} = H_{OLP}\, H_{LP}$$

Se llega a:

$$H_{OBP} = -\frac{R_2}{R_2}, \qquad H_{OLP} = \frac{R_5}{R_1}$$
$$w_0 = \frac{1}{\sqrt{R_4R_5C_1C_2}}, \quad Q = \frac{R_2\sqrt{C_1}}{\sqrt{C_2R_4R_5}} \tag{4.61}$$

Evidentemente, los filtros bicuadrados permiten implementar sólo dos salidas, pasa banda y pasa bajos. Si se pone la condición de componentes de igual valor, $R_4 = R_5 = R \;y\; C_1 = C_2 = C$, se tiene:

$$H_{OBP} = -\frac{R_2}{R_1}, \qquad H_{OLP} = \frac{R_5}{R_1}$$
$$w_0 = \frac{1}{R_5C_1}, \qquad Q = \frac{R_2}{R} \tag{5.62}$$

Respecto al procedimiento de ajuste, se dan los siguientes pasos:

1. Ajustando R4 o R5, se sintoniza fo
2. Ajustando R2 se ajusta el Q
3. Ajustando R1 se obtiene el valor de la ganancia deseada

Ejemplo 4.18
Diseñar un filtro bicuadrado para f_0 = 8kHz, wB = 200Hz, y ganancia en la banda de paso de 20dB.

Solución
Adoptando $C_1 = C_2 = 1nF$,

$$R_4 = R_5 = \frac{1}{2\pi\, f_0\, C} = \frac{1}{2\pi\cdot 8\cdot 10^3\cdot 10^{-8}} = 20K\Omega$$

$$Q = \frac{f_0}{bW} = \frac{8\cdot 10^3}{200} = 40,\; R_2 = Q\cdot R = 40\cdot 20\cdot 10^3 = 800K\Omega$$

R_1 se determina a partir de la ganancia pedida:

$$R_1 = \frac{R_2}{10^{\frac{20}{20}}} = \frac{8 \cdot 10^5}{10} = 80K\Omega$$

Finalmente el cómputo de la ganancia:

$$H_{OLP} = \frac{R}{R_1} = \frac{20 \cdot 10^3}{80 \cdot 10^3} = 0.254$$
$$H_{OLP} = -11.9dB$$

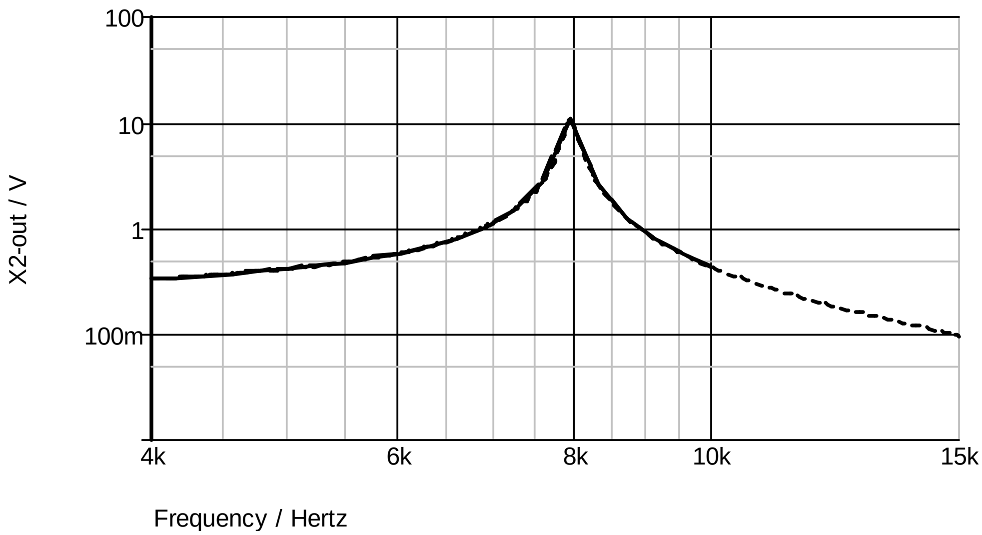


Figura 4.60. Módulo de la respuesta del filtro bicuadrado

4.5.1.3. Filtros Bicuadrados suprime banda

Para finalizar este capítulo, citaremos brevemente la implementación del filtro suprime banda con arquitectura bicuadrada. En la Fig.4.61 se muestra el circuito de este tipo de aplicación. Como:

$$V_N = -\left[\left(\frac{R_2}{R_1} \right) (V_{ent} - V_{BP}) \pm \left(\frac{R_5}{R_4} \right) V_{LP} \right]$$

Donde el signo +- depende de la posición de la llave. Puede demostrarse que:

$$\frac{V_N}{V_{ent}} = \frac{R_5 w_z^2}{R_2 w_0^2} \frac{1-(w/w_z)^2}{1-(w/w_0)^2 + (jw/w_0)/Q}$$
$$donde \qquad (5.62)$$
$$w_0 = \frac{1}{RC}, \quad Q = \frac{R_1}{R}, \quad w_z = w_0 \sqrt{1 \pm R_2 / R_4 Q}$$

Esta respuesta presenta un suprime banda en $w = w_z$. Se pueden dar tres casos:

1. Si $R_4 = \infty$, de acuerdo a la expresión 4.62, se tiene:

$$w_z = w_0, \quad H_{ON} = -\frac{R_5}{R_2}$$

Se trata del caso clásico de filtro suprime banda donde $\left|H_{ON}\right| = odB$, que se obtiene del hecho de restar V_{BP} de Vent.

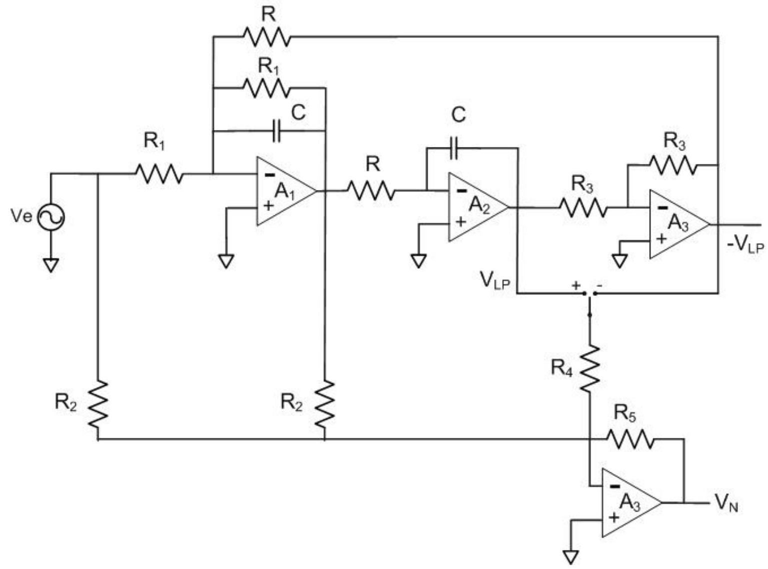


Figura 4.61. Filtro bicuadrado suprime banda

La respuesta es simétrica al eje w_0. Este caso se muestra en el centro de la Fig. 5.61.

2. .Si la llave se encuentra en la posición izquierda, el término pasa bajos se suma a la combinación de Vent y $-V_{BP}$, dando como resultado una respuesta denominada suprime banda pasa bajos. Entonces:

$$w_z = w_0\sqrt{1 + R_2/R_4Q}, \quad H_{OLP} = -\frac{R_5 w_z^2}{R_2 w_0^2}$$
$$y\,la\;ganancia\;de\;alta\;\;frecuencia\;es \qquad (5.63)$$
$$H_{OHP} = -\frac{R_5}{R_2}$$

De donde se desprende que $w_z > w_0$.(Fig. 4.61 derecha.

3. Cuando la llave se encuentra en la posición derecha, ($w_z < w_0$) el término pasa bajos se encuentra restando, dando origen a un filtro suprime banda pasa alto, tal como se observa a la izquierda de la Fig. 4.62. En este caso:

$$w_z = w_0\sqrt{1-R_2/R_4 Q}, \quad H_{OHP} = -\frac{R_5}{R_2}$$
$$y\, la\, ganancia\, es \qquad (5.64)$$
$$H_{OLP} = -\frac{R_5 w_z^2}{R_2 w_0^2}$$

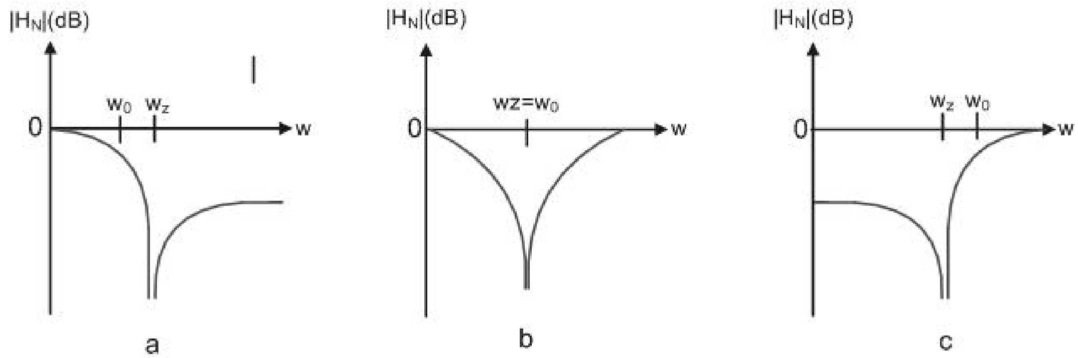


Figura 4.62. Respuestas suprime banda

Ejemplo 4.19
Especificar los componentes del circuito de la Fig. 4.60 para generar un filtro suprime banda pasa bajo con f0 = 1kHz, fz = 2kHz, Q = 10 y una ganancia en la banda de paso de 0dB.

Solución.
Adoptando C = 10nF,

$$R = \frac{1}{w_0 C} = 15.9K\Omega$$
$$R_1 = QR = 158K\Omega$$

Eligiendo $R_2 = 100K\Omega$,

$$R_4 = \frac{100}{10}\frac{1}{\left|1-2^2\right|} = 3.33K\Omega$$
$$R_5 = 100\cdot 1/(1/2)^2 = 25K\Omega$$

Finalmente,

$$H_{OHP} = (1/2)^2 = 0.25 \cong -12dB$$

La simulación del filtro de acuerdo a los parámetros solicitados se muestra a continuación.

La firma National, desarrolló circuitos integrados para la implementación de filtros de variable de estado y bicuadrados. El AF100 es un ejemplo de ello. Un desarrollo más

actual es el UAF42 de La firma Texas. Estos filtros se conocen también con el nombre de Filtros Universales. El lector interesado puede consultar la referencia [5, 6].

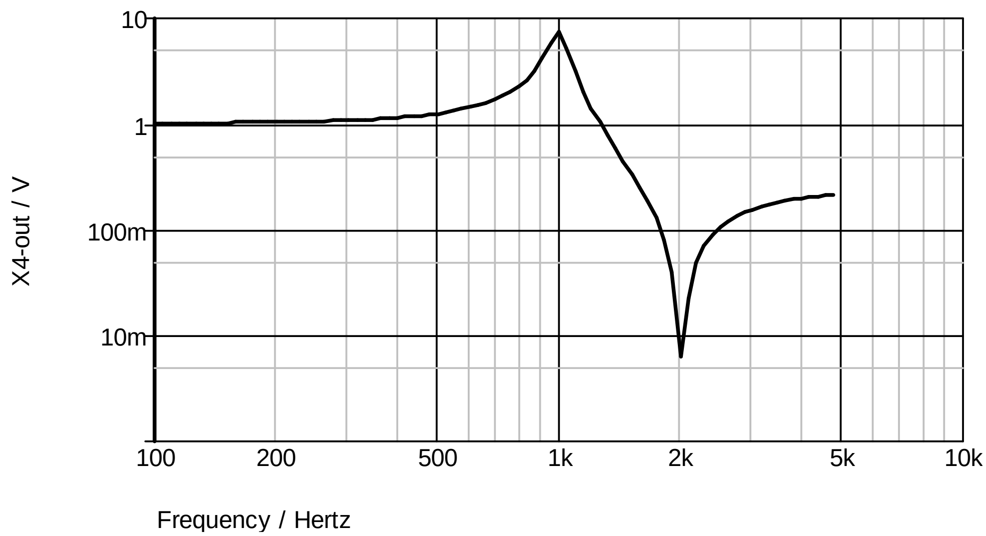


Figura 4.63. Respuesta del filtro calculado

4.6. Conclusiones

En este capítulo se han visto las topologías para realizar filtros activos de primer y de segundo orden. Los filtros de primer orden son útiles cuando se los emplea en los casos donde se necesita una atenuación máxima de 20 dB/dec. Con un solo amplificador pueden generarse fácilmente las funciones pasa bajos y pasa altos. La implementación de filtros pasa banda y suprime banda, debe ser realizada con un filtro pasa bajos y pasa altos, conectado en cascada o en paralelo según se trate de pasa banda o suprime banda, respectivamente. En el caso del filtro suprime banda, como se trata de la suma de dos funciones, el resultado es muy pobre.

En el caso de los filtros de 2do orden, tanto sea que se trate de filtros KRC o de realimentación múltiple, aseguran una ganancia o atenuación de 40 dB en la banda de paso, permitiendo además, contar con el parámetro de selectividad Q. Cuando se elije la opción de resistencias y o capacitores de igual valor, se simplifica en gran medida el cálculo de los componentes a costa de una ganancia menor, la que está limitada a 3 o 4 dependiendo del tipo de filtro usado.

En todos los casos es importante conocer a priori, el producto de ganancia por ancho de banda dado por el fabricante del amplificador. Si la elección del amplificador es incorrecta, ocurrirá que el mismo amplificador actué como filtro pasa bajos, degradando el diseño. Es importante manejar con cuidado ganancia y ancho de banda del filtro. Es preferible formar una cadena de etapas en cascada repartiendo la ganancia en forma proporcional que, hacerlo en una solo etapa poniendo en riesgo la estabilidad del filtro.

Otro parámetro importante del cual no se ha citado en este capítulo, es el Slew-Rate: limitación de la velocidad de respuesta. Esto es, la salida del amplificador operacional no cambia instantáneamente ante cambios en la entrada debido a las cargas capacitivas en su interior, que limitan la velocidad de respuesta. Exceder el máximo especificado, limitará la señal de salida del filtro. Como siempre, se deberá consultar a las hojas de datos del

fabricante del amplificador. La firma Texas ha puesto a disposición del diseñador un software para el cálculo rápido de filtros basados en la topología Sallen Key. El lector interesado puede acceder al link usando la referencia [7].

Finalmente debe hacerse hincapié en los valores comerciales de los componentes. Difícilmente los valores teóricos obtenidos se podrán conseguir a la hora de implementar el filtro, por ello, deben recalcularse en función de los valores comerciales. El poner varios ajustes para compensar este inconveniente no es una solución aceptable. Dentro de este contexto, se tiene el tema de ajuste de los parámetros del filtro: ganancia, frecuencia central y Q. En general, como se ha visto, se trata de sistemas altamente acoplados, entonces, al ajustar un parámetro, se paga el precio del desajuste de los otros. Por ello, el número de ajustes debe ser mínimo.

4.7. Problemas propuestos

4.7.1. Calcular los valores de los componentes del problema 4.13 para verificar la simulación de la Fig. 4.46.

4.7.2. Implementar el filtro del problema anterior con valores comerciales y verificar que cumpla con las especificaciones de diseño.

4.7.3. Diseñar un filtro pasa banda de 2do orden, con f_L = 15,9Hz y f_H = 159Hz. En la banda de paso debe tener una ganancia de -10dB. Verificar si cumple con que 2 décadas por arriba de fH y 2 décadas por debajo de f_L, la ganancia es menor de -30dB. Tener en cuenta que si se adopta $C_1=C_2=C$, la ganancia $G=2Q^2$.

4.7.4. Diseñar un filtro rechaza banda de 1er orden con f_L = 1.49Hz y f_H = 159Hz. En la banda de paso debe tener una ganancia de 20dB. Calcular la ganancia del filtro en f = 3.19Hz.

4.7.5. Diseñar un filtro pasa banda de 1er orden con f_L = 151Hz y f_0= 159Hz, con 20dB de ganancia en banda de paso. a). Calcular los componentes del circuito. b) Dibujar el circuito c) Calcular el Q del filtro. (ídem 2er orden).

4.7.6. Diseñar un rechaza-banda de 2do orden f_L = 45Hz. y f_H = 55Hz. a) Calcular la ganancia en la Banda de paso y Q del filtro, b) Determinar componentes, c) Dibujar Circuito, d) Especificar la ganancia de lazo abierto del A.O. si su polo de lazo abierto se encuentra a los 10Hz y debe permitir el paso de señales de hasta 100kHz.

4.7.7. Diseñar un filtro rechaza banda de 2do orden con f_L = 1kHz y f_H = 1.5kHz. Especificar la ganancia de lazo abierto del AO si su polo de lazo abierto se encuentra a los 10Hz y debe permitir el paso de señales de hasta 100KHz. Calcular componentes, dibujar el circuito y la respuesta en frecuencia.

4.7.8. Diseñar un pasa-banda de 2do orden con f_H = 500Hz y f_L =400 Hz. Calcular componentes, ganancia en f_0, dibujar el circuito y la respuesta en frecuencia.

4.7.9. Explicar cómo se debe realizar el diseño de un filtro rechaza banda con f_L = 1.59Hz y f_H = 15.9Hz. Suponer pendiente de +80 y -80dB/dec en ambos flancos. b) Dibujar la respuesta en frecuencia. c) Dibujar el circuito.

4.7.10. Explicar cómo se debe realizar el diseño de un filtro pasa banda con f_L = 23.8Hz y f_H = 35.8Hz, que atenúe 15dB a +/- 60rad/s de la frecuencia central. b) Calcular el orden del filtro. c) Dibujar el circuito.

4.7.11. Diseñar un filtro pasa banda de 2º orden con f_L = 151Hz y f_H = 159Hz. a) Calcular f_0 y Q. b) Calcular los componentes del circuito. c) Dibujar el circuito. d) Calcular la ganancia en decibeles para $f = f_0$. e) Especificar el GB mínimo del amplificador operacional a utilizar.

4.7.12. Explicar cómo se debe realizar el diseño de un filtro pasa banda con f_L = 1.59Hz y f_H = 2.38Hz, que atenué 10dB a +/- 4rad/s de la frecuencia central. b) Calcular el orden del filtro.

4.8 Referencias

[1]- Franco, S. Design with Operational Amplifiers and Analog integrated Circuits. WCB McGraw-Hill, 1998.

[2]- Floyd, T. L., Buchla, D. Basic Operational Amplifiers and Linear Integrated Circuits. Prentice Hall, 1999.

[3]- Miyara, F. Filtros Activos. Universidad Nacional de Rosario, Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura, Escuela de Ingeniería Electrónica, Departamento de Electrónica, Electrónica III, 2004. http://www.ing.uc.edu.ve/~ajmillan/Docencia/Material/filtros-t.pdf

[4]- Tobey G., Graeme, E. J., Huelsman, L. Amplificadores Operativos: Diseño y Aplicación. Diana. 1979.

[5]- http://pdf1.alldatasheet.com/datasheet-pdf/view/155914/NSC/AF100.html

[6]- http://www.ti.com/lit/ds/symlink/uaf42.pdf

[7]- Texas Instrument. Chapter 16 Active Filter Design Techniques, Literature Number SLOA088. 2008. www.texas.co.

[8]- Avendaño, L., E., Duque C, E., Valencia, G. M. T. Análisis de la Arquitectura Sallen-Key. 2001. http://www.utp.edu.co/~eduque/publicaciones/sallen-key.PDF

[9]- Velazco, I. M. Apuntes de Instrumentación electrónica. 3º I.T.I. capítulo 6. Filtrado. Universidad de Burgos. 2000.

[10]- Texas Instrument. Analisis of the Sallen-Key Architecture. Aplication Report SLOA024B. September 2002.

[11]- Peña, J. C. Filtros Activos. Ingeniería en Automática y Electrónica Industrial-Sistemas Analógicos-Curso04/05. www.ulpgc.es/hege/almacen/download/29/29861/filtros.pdf

Capítulo V
Filtros Activos de 2do. orden Basados en Funciones de Aproximación

5.1 Introducción

Para mejorar la conexión en cascada de filtros hay que determinar el orden. La conexión en serie es posible puesto que las etapas poseen alta impedancia de entrada y baja de salida, con lo que no se modifican los polos y ceros individuales de cada etapa.

La salida de un filtro activo será una función de transferencia de tensión para la entrada del siguiente. La función de transferencia general se obtiene simplemente como el producto de las funciones de transferencia individuales. A mayor orden del filtro, más fácilmente se puede acercar a la respuesta del filtro ideal.

El problema del filtrado multietapa real, consiste en determinar el lugar de los polos y ceros que mejor se ajusten a la aplicación específica. Existen varias funciones de aproximación real, que permiten obtener la mejor combinación de los mismos, entre ellas, las más usadas son: Butterworth, Chebyshev, Cauer y Bessel. Cada una presenta ventajas y desventajas, (precio que debe pagarse para obtener una pendiente de atenuación que se acerca a la ideal) particulares que deberán analizarse a la hora de realizar el diseño.

5.2. Plantillas de filtrado

Al comienzo del capítulo 4, en la Fig. 4.1 se mostro en forma gráfica, como son las funciones básicas de filtrado ideal, esto es, ganancia (o atenuación) en función de la frecuencia. La materialización del filtro real en función de la aplicación específica, llevará a aproximar en mayor o menor grado, la función real a la aproximación al ideal, por lo cual debe introducirse una forma de especificar dicha aproximación. Por ello se reemplazan los valores constantes de las bandas de paso y atenuación por cotas, y se introduce una banda de transición en lugar del salto abrupto como se indicó en la Fig. 4.1. La especificación así obtenida se denomina *plantilla* [1].

En la Fig. 5.1 se presentan las plantillas para un filtro pasa bajos, pasa altos, pasa banda y suprime banda Las plantillas para el módulo de la función de transferencia, $|H|$, o de la atenuación, $|A|$, y para los casos que sean necesarios, se especifica también la fase y el retardo de grupo τ. En cada una de las plantillas el área clara no puede ser ocupada por la correspondiente curva. Sólo las áreas rayados son admisibles (depende del autor, hay quienes la definen en forma inversa). Como se aprecia, la separación de la frecuencia de corte en una frecuencia de paso, ω_p, y otra de atenuación, ω_a, permite definir cotas independientes para las regiones de paso y de corte. En realidad, debido a que $|A| = 1/|H|$, es indistinto especificar las plantillas para $|H|$ o para $|A|$, ya que son equivalentes si se toma:

$$A_{\max} = \frac{1}{H_{\min}} \qquad A_{\min} = \frac{1}{H_{\max}} \tag{5.1}$$

Por razones de tradición es más habitual especificar la atenuación, ya que existen numerosas tablas y ábacos disponibles en la bibliografía para el diseño de filtros que están expresados en términos de la atenuación.

Así, $H_{mín}$ es el mínimo valor de $|H|$ admisible en la banda de paso, en tanto que $H_{máx}$ es el máximo en la banda de corte. Esto significa que no se exige que $|H|$ sea igual a 1 en la banda de paso, como sucedía con el filtro ideal, sino que se le permite bajar hasta $H_{mín} < 1$. La elección de $H_{mín}$ dependerá del problema a resolver, por ejemplo, del error de ganancia que se admita en la banda de paso. Así, por ejemplo, en un filtro para audio se admite en general sin inconvenientes, una tolerancia de entre 1 dB y 3 dB, que implica que $H_{mín}$ podrá estar aproximadamente entre 0,7 y 0,9. En cambio, en un filtro para un instrumento de medición se requieren en general tolerancias menores al 1%, por lo que $H_{mín}$ no podrá ser menor de 0,99.

Análogamente, no se exige que en la banda de atenuación $|H|$ sea rigurosamente 0, sino que se admite que alcance un valor de hasta $H_{máx}$. Nuevamente, el valor apropiado de $H_{máx}$ está fuertemente condicionado por la naturaleza de cada problema, y generalmente está asociado a la magnitud del ruido de alta frecuencia que puede aceptarse para la señal filtrada. Al disociar la frecuencia de corte en las frecuencias de paso y de atenuación, aparece una banda de transición, dentro de la cual el módulo de la transferencia no debe cumplir otra condición que la de ser menor que 1. Esto implica que las frecuencias comprendidas entre ω_p y ω_a pueden bien ser eliminadas casi por completo o atravesar el filtro sin atenuación apreciable. La selección de esta banda impone por lo tanto un serio compromiso al diseñador, ya que un comportamiento tan imprevisible, sólo puede aceptarse en un rango muy limitado de frecuencias, pero en ese caso el costo y las dificultades de ajuste del filtro aumentan.

El hecho de haber tomado 1 como cota superior en la banda de paso es puramente convencional. En caso de requerirse una ganancia distinta, $H_{mín}$ y $H_{máx}$ también deberán multiplicarse por esa ganancia. Las plantillas de $H(j\omega)$ y $A(j\omega)$ se dan frecuentemente en dB.

5.3. Filtros pasa bajos de Butterworth

Para analizar la ubicación óptima de los polos [1 a 7] es útil trabajar con el cuadrado del módulo de H(s). El filtro ideal pasa bajos tiene una magnitud constante A_0 en la banda de paso y 0 fuera de ello, es decir:

$$|H(s)|^2 = |H(jw)|^2 \quad \therefore \begin{cases} A_0^2 & para \quad 0 < w < w_0 \\ 0 & para \quad w > w_0 \end{cases} \tag{5.2}$$

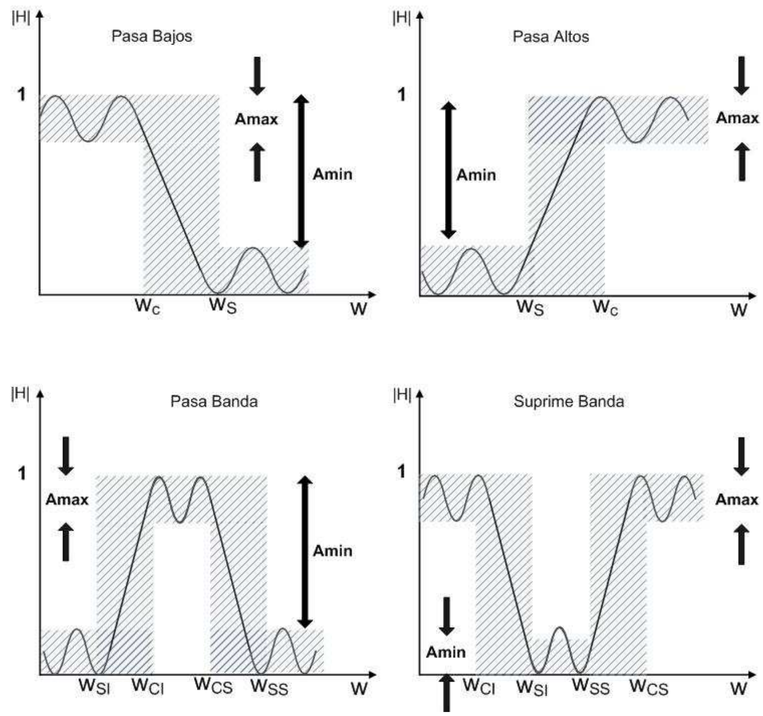


Fig. 5.1. Plantillas o Grillas de filtrado

Esta respuesta se puede aproximar bastante con la siguiente función físicamente realizable:

$$|H(jw)|^2 = \frac{A_0^2}{1+f(w^2)} \tag{5.3}$$

La función $f(w^2)$ se elije para que cumpla con:

$$f(w^2) = \begin{cases} <<1 & para \quad w < w_0 \\ <<1 & para \quad w > w_0 \end{cases} \tag{5.4}$$

Una de las posibles elecciones es:

$$f(w^2) = \left(\frac{w^2}{w_0^2}\right)^n \tag{5.5}$$

Esta aproximación se llama Butterworth, donde a n se lo denomina orden del filtro. La transferencia queda:

$$|H(jw)|^2 = \frac{A_0^2}{1+\left(\frac{w}{w_0}\right)^{2n}} \tag{5.6}$$

donde: n representa el orden del filtro. En la Fig. 5.2 se muestra la respuesta de la Ecu. (5.6) para diferentes valore de n.

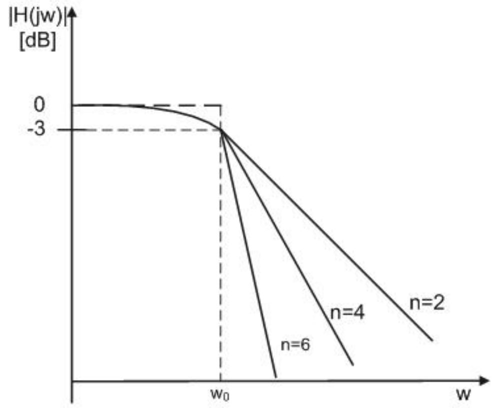


Figura 5.2. Respuesta de un filtro pasa bajos basado en la aproximación Butterworth

A partir de las propiedades de la Ecu. (5.5), se tiene:

- Para cada n $|H(j0)|^2 = 1, \quad |H(j1)|^2 = 0.5, \quad |H(j\infty)|^2 = 0$
- Cuanto mayor sea A respecto de n (A>n), mejor será la aproximación del filtro al ideal.
- Esta elección de de f(w^2) produce la respuesta más plana posible en la banda de paso.
- Las primeras 2n-1 derivadas de $|H(jw)|^2$ con respecto a w se anulan para w=0. A esta característica se la denomina "*Condición de máxima planitud*".
- La pendiente de caída en alta frecuencia es de -20ndB/dec.

5.3.1. Descripción en el plano S

Reemplazando en la expresión (5.4) $w = s/j$;

$$|H(jw)| = \frac{A_0}{\sqrt{1+\left(\left(\frac{s}{j}\right)\cdot\frac{1}{w_0}\right)^{2n}}}$$

y j por raíz de -1 operando, se llega a:

$$|H(jw)| = \frac{A_0}{\sqrt{1+(-1)^n\left(\frac{s}{w_0}\right)^{2n}}} \tag{5.7}$$

H(s) puede factoriarse como un producto de n factores complejos:

$$|H(s)| = \left| \frac{A_0}{(1-s/s_1)(1-s/s_2)\ldots(1-s/s_n)} \right| \tag{5.8}$$

Para buscar los factores del denominador, se hace:

$$\left(\frac{s}{w_0}\right)^{2n} = \frac{-1}{(-1)^n} = (-1)^{n-1} \tag{5.9}$$

si el orden del filtro es impar, la expresión (5.6) queda:

$(-1)^{n-1} = 1$ los polos están en: $s = w_0 (1)^{\frac{1}{2n}}$. Si n es par, $(-1)^{n-1} = -1$, por lo tanto: $s = w_0 (-1)^{\frac{1}{2n}}$. De la forma exponencial de los números complejos, se tiene que:

$$\begin{aligned} 1 &= e^{j2\pi k} = \cos 2\pi k + j sen 2\pi k, \quad \forall k = 0, 1, \cdots 2n-1 \\ -1 &= e^{j(\pi + 2k\pi)} = \cos(\pi + 2\pi k) + j\ sen(\pi + 2\pi k), \quad \forall k = 0, 1, \cdots 2n-1 \end{aligned} \tag{5.10}$$

entonces:

$$\begin{aligned} s &= w_0 e^{jk\frac{\pi}{n}}, \quad para\, n\, impar \\ s &= w_0 e^{j(1+2k)\frac{\pi}{2n}}, \quad para\, n\ par \end{aligned} \tag{5.11}$$

generalizando:

$$\begin{aligned} &n\, impar \begin{cases} s_R = w_0 \cos \dfrac{k\pi}{n} \\ js_I = jw_0\ sen \dfrac{k\pi}{n} \end{cases} \\ &n\ par \begin{cases} s_R = w_0 \cos(1+2k)\dfrac{\pi}{2n} \\ js_I = jw_0\ sen(1+2k)\dfrac{\pi}{2n} \end{cases} \end{aligned} \tag{5.12}$$

5.3.1.1. Visualización de los polos en función de n

a- n impar

<u>Para n=1</u>

De la Ecu. (5.11), para este caso, se tiene:

$$\begin{cases} s_{k=0} = w_0 e^{j0} \\ s_{k=1} = w_0 e^{j\pi} \end{cases}$$

donde ϕ representa la fase del polo. La representación en el plano complejo de la ubicación de los polos es la siguiente:

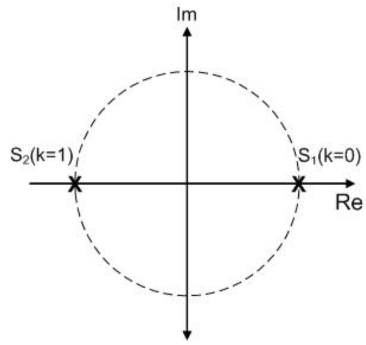


Figura 5.3. Polos Butterworth para n=1

Para n=3

Procediendo de la misma manera que en el caso anterior. Como n=3, y k = 2n-1 =5 (0=k<=2), esto es, seis polos, entonces:

$$\begin{cases} s_1 = s_{k=0} = w_0 e^{j0} \therefore \phi = 0 \\ s_2 = s_{k=1} = w_0 e^{j\frac{\pi}{3}} \therefore \phi = \dfrac{\pi}{3} \\ s_3 = s_{k=2} = w_0 e^{j\frac{2\pi}{3}} \therefore \phi = \dfrac{2\pi}{3} \\ s_4 = s_{k=3} = w_0 e^{j\frac{3\pi}{3}} \therefore \phi = 0 \\ s_5 = s_{k=4} = w_0 e^{j\frac{4\pi}{3}} \therefore \phi = \dfrac{4\pi}{3} \\ s_6 = s_{k=5} = w_0 e^{j\frac{5\pi}{3}} \therefore \phi = \dfrac{5\pi}{3} \end{cases}$$

La Fig. 5.4 muestra la ubicación de los polos para este caso.

b- n par

Para n=2

Como arriba se ha visto, cuando n es par, la fase del polo viene dada por $\phi = (1+2k)\dfrac{\pi}{2n}$, entonces, para n=2 se tiene:

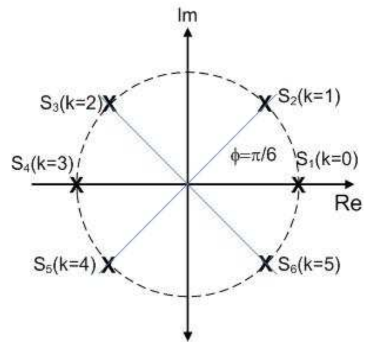


Figura 5.4. Polos Butterworth para n=3

$$\begin{cases} s_1 = s_{k=0} = w_0 e^{j(1+2k)\frac{\pi}{4}} = w_0\, e^{j\frac{\pi}{4}} \therefore \phi = \dfrac{\pi}{4} \\ s_2 = s_{k=1} = w_0 e^{j\frac{3\pi}{4}} \therefore \phi = \dfrac{3\pi}{4} \\ s_3 = s_{k=2} = w_0 e^{j\frac{5\pi}{4}} \therefore \phi = \dfrac{5\pi}{4} \\ s_4 = s_{k=3} = w_0 e^{j\frac{7\pi}{4}} \therefore \phi = \dfrac{7\pi}{4} \end{cases}$$

Este resultado se muestra en la Fig. 5.5.

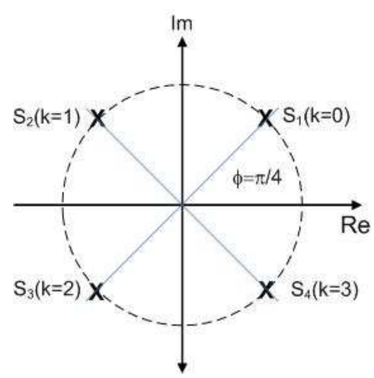


Figura 5.5. Polos Butterworth para n=2

Es importante recordar que de todos los polos, sólo se toman los del hemisferio izquierdo. Para que en el diseño de la etapa de filtrado sea más rápido, existe una tabla donde de acuerdo al valor de n elegido se encuentran tabulados los valores de la ecuación anterior. En dicha tabla, w_0 se encuentra normalizada, esto es:

$$w_0 = 1\frac{rad}{seg}$$

por lo tanto se debe multiplicar el valor de w_0 de trabajo del filtro. En la tabla 5.1 (Anexo A) se puede consultar la ubicación de los polos para valores de 1<=n<=10.

Ejemplo 5.1
Diseñar un filtro de audio pasa bajos para telefonía con una banda de paso de hasta 1kHz. Para f=5kHz debe presentar una atenuación mínima de -50dB a partir de la respuesta de continua. Diseñar un filtro de Butterworth que cumpla con las especificaciones. Comparar los resultados con un filtro normal KRC.

Desarrollo
En primer lugar debemos determinar el número de décadas para determinar la pendiente y número de etapas necesarias.

$$nro.dec = \log_{10}\left(\frac{5KHz}{1KHZ}\right) = 0.7dec$$

$$pendiente = \frac{Atenuación}{nro.dec} = \frac{-50dB}{0.7dec} = -71.5\, dB/dec$$, después de f0

Como cada polo agrega 20dB/dec,

$$n = \frac{71.5}{20} = 3.57 \therefore n = 4$$

En consecuencia, se deben usar dos filtros pasa bajos de 2do. orden en cascada. De la tabla 5.1, se tiene para n=4:

$$s_{R1} = -0.924w_0$$
$$s_{R2} = -0.383w_0$$
$$s_{I1} = -0.923w_0$$
$$s_{I2} = -0.382w_0$$

Como la parte real del polo es:

$$s_R = \frac{-w_0}{2Q}$$

Entonces,

$Q = \dfrac{-w_0}{2s_r}$. Esta expresión se obtiene de encontrar las raíces del denominador (parte real del polo) en la expresión general de 2do orden (ver Ecu. (4.13)). Reemplazando los valores de los polos en la expresión anterior,

$$Q_1 = \frac{1}{2 \cdot 0.924} = 0.54$$
$$Q_2 = \frac{1}{2 \cdot 0.383} = 1.31$$

Basta con obtener Q y w_0 y quedan determinadas las dos etapas del filtro. Esto se debe a que, tanto los polos de Butterworth como los de Sallen-Key poseen los polos en un circulo de radio w0, entonces $S_R \rightarrow S_I$. El paso siguiente en el diseño es la adopción del tipo de filtro a usar y el cálculo de los componentes RC de cada etapa. Se parte de una estructura pasa bajos KRC con ganancia unitaria, que se muestra a continuación.

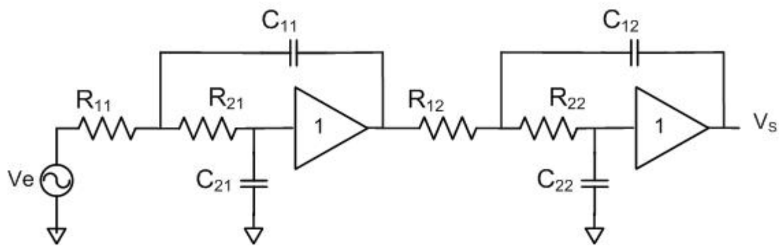


Figura 5.6. Circuito del filtro pasa bajos a diseñar

De las ecuaciones del filtro pasa bajos KRC (ver capítulo 4 apartado 4.4.2.1):

$$w_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}$$

$$Q = \sqrt{\frac{C_1}{C_2}}\left(\frac{\sqrt{R_1 R_2}}{R_1 + R_2}\right)$$

Si de adopta R1=R2=R, las ecuaciones anteriores quedan:

$$w_0 = \frac{1}{R\sqrt{C_1 C_2}}$$

$$Q = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{C_1}{C_2}}$$

Se tienen dos ecuaciones y dos incógnitas, quedando los capacitores determinados por:
1- de w0

$$\sqrt{C_1} = \frac{1}{\sqrt{C_2}\, w_0 R}$$

$$\sqrt{C_2} = \frac{1}{\sqrt{C_1}\, w_0 R}$$

2- del Q:

$$\sqrt{C_1} = 2Q\sqrt{C_2}$$

$$\sqrt{C_2} = \frac{\sqrt{C_1}}{2Q}$$

Igualando los segundos miembros, se obtiene;

$$C_1 = \frac{2Q}{w_0 R}$$

$$C_2 = \frac{1}{w_0 R\, 2Q}$$

Como se trata de dos etapas con Q diferentes y adoptando R1=R2=R =10KΩ,

$$C_{11} = \frac{2Q_1}{w_0 R} = \frac{2(0.54)}{2\pi 10^3 10^4} = 17nF$$

$$C_{21} = \frac{1}{w_0 R 2Q_2} = \frac{1}{2\pi 10^3 10^4 2(1.31)} = 15nF$$

$$por\, lo \tan to:$$

$$C_{12} = 42nF$$

$$C_{22} = 6nF$$

Simulación

En la Fig. 5.7 se observa la respuesta de amplitud del filtro calculado. La respuesta de la primera etapa está representado por la línea a trazos y la respuesta de la 2da. etapa (salida del filtro), está representada por la línea continua.

Se observa claramente las pendientes de ambas salidas: para la primera, la atenuación es de -40 dB/dec y para la segunda, de -80 dB/dec, por lo tanto el filtro diseñado cumple con las especificaciones. Otro aspecto importante que se verifica en la simulación, es la diferencia del Q de la primera y segunda etapa cuya relación es de 2,4.



Figura 5.7. Resultado de la simulación. Línea continua: respuesta del filtro. Línea a trazos: respuesta de la primera etapa

Ejemplo 5.2
Usar el ejemplo 5.1 para diseñar un filtro Butterworth pasa altos.

Desarrollo
De la tabla Butterworth para n = 4 se tiene:

$$(-0.924 \pm j0.383)w_0$$
$$(-0.383 \pm j0.924)w_0$$

recordando que:

$$S_R = -\frac{w_0}{2Q}$$

$$S_i = \left(w_0^2 - S_R^2\right)^{\frac{1}{2}}$$

Calculando el Q para cada etapa,

$$Q_1 = 0.54$$
$$Q_2 = 1.31$$

Adoptando C1=C2=C=10nF, se arriba a los siguientes valores de resistencia:

$$R_{11} = 14.7K\Omega, \quad R_{21} = 17.4K\Omega$$
$$R_{12} = 6.K\Omega, \quad R_{22} = 41.7K\Omega$$

En la Fig.5.8 se muestra el resultado de la simulación, superponiendo la respuesta del filtro pasa bajos que le dio origen.



Figura 5.8. Respuesta del filtro Butterworth diseñado y del filtro de segundo orden que le dio origen

5.4. Filtros pasa bajos de Chebyshev

Como se ha visto, la aproximación Butterworth da una respuesta muy plana a costa de una pendiente poco fuerte. Hay aplicaciones donde la pendiente de corte es más importante que la máxima amplitud en la banda de corte. Los filtros Chebyshev [1 a 7] maximizan la transición en la banda de corte, pagando el precio de introducir riple en la banda de paso. Hay dos tipos de filtros Chebyshev. Los filtros de Tipo I son filtros FIR, que presentan igual riple en la banda de paso y características monótonas en la banda de corte. Los de Tipo II son filtros que contienen en el dominador, polos y ceros, también presentan características monótonas, pero el riple se presenta en la banda de corte. Para analizar las características de la respuesta Chebyshev se parte de la expresión (5.3) reemplazando $f\left(w^2\right)$ por:

$$f\left(w^2\right)=\varepsilon^2\left[C_n\left(\frac{w}{w_c}\right)\right]^2, \quad \varepsilon \leq 1 \tag{5.13}$$

donde: ε, w_c representan el factor de riple y la frecuencia de corte del filtro respectivamente y C_n es un polinomio de Chebyshev de orden n, definido por:

$$C_n(x)=\cos\left[n\cos^{-1}(x)\right] \tag{5.14}$$

Por lo tanto:

$$\left|H(jw)\right|^2=\frac{A_0^2}{1+\varepsilon^2\left(C_n\left(\frac{w}{w_c}\right)\right)^2}$$

reemplazando por la expresión (5.14), se llega a:

$$\left|H(jw)\right|^2=\frac{A_0^2}{1+\varepsilon^2\cos^2\left(n\cos^{-1}\left(\frac{w}{w_c}\right)\right)} \tag{5.15}$$

Para un filtro de orden n $\left[C_n\left(w/w_c\right)\right]^2$ oscila entre 0 y1 n veces mientras w va de 0 a wc y la fase φ de $\pi/2=0 \;\; para \; w=0 \; a \; w=w_c$. Esto es,

$$\begin{gathered}\varphi \, va \, de \frac{\pi}{2} a \, 0 \\ n\varphi \, rota \, n \, veces \frac{\pi}{2}\end{gathered} \tag{5.16}$$

Si n es par:

$$n\frac{\pi}{2} \; sera\; un\; número\; entero\; de\; medios\; giros$$
$$\cos\left(n\frac{\pi}{2}\right)_{|w=0} = \pm 1 \tag{5.16}$$

Si n es impar:

$$n\frac{\pi}{2} \; sera \; \frac{\pi}{2} \; o \; \frac{3}{2}\pi$$
$$\cos\left(n\frac{\pi}{2}\right)_{|w=0} = 0$$
$$pasara\; 2\; veces\; por\; 0\; y\; 2\; veces\; por\; 1\; para\; 0 \le w \le 1 \tag{5.17}$$
$$\cos^2\left(n\cos^{-1}\left(\frac{w}{w_c}\right)\right) oscila\; 9\; veces\; entre\; 0\; y\; 1$$
$$al\; \text{variar}\; 0 < w < w_c$$

Por ejemplo, si n = 3, comienza en 0 para impar y termina en 1. Si n es par, por ejemplo 2, comienza en 1 para n par y finaliza siempre en 1. Entonces, como oscila n veces $\cos^2(\cdots)$, se tiene:

$$|H(jw)| = \frac{A_o}{\sqrt{1+\varepsilon^2\cos^2(\cdots)}} \tag{5.18}$$

oscilará n veces entre:

$$|H(jw)| = \frac{A_o}{\sqrt{1+\varepsilon^2 \cdot 0}} = A_0 \; y \; \frac{A_o}{\sqrt{1+\varepsilon^2 \cdot 1}} \tag{5.19}$$

dentro de la banda de paso. Por ejemplo, para ε =1, $|H(jw)|$ varía entre $A_0 \; y \; A_0/\sqrt{2}$. $1/\sqrt{2}$ representa una ganancia de:

$$20\log\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} = 10\log 2^{-1} - 10\log 2 = -3dB \tag{5.20}$$

O sea, la respuesta oscila 3dB en la banda de paso. Si n es par, parte de $A_0/\sqrt{1+\varepsilon^2} \; para \; w > 0$, para n impar parte de $A_0 \; para \; w = 0$.

En la Fig.5.9 se muestran las oscilaciones dentro de la banda de paso para n entre 2 y 4.

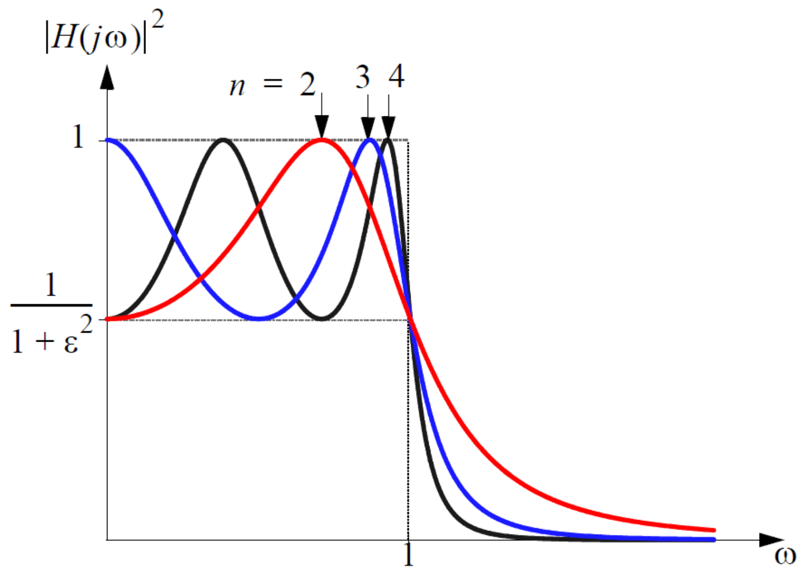


Figura 5.9. Oscilaciones en la banda de paso para n=2, 3 y 4

Se denomina “riple de la banda de paso” a esta variación de la magnitud del riple y se lo cuantifica mediante el denominado coeficiente de pérdida:

$$\alpha = 20\log\left|\frac{H(jw)}{A_0}\right| = 20\ \log\frac{1}{\sqrt{1+\varepsilon^2}} \tag{5.21}$$

Despejando,

$$\varepsilon = \sqrt{10^{-\frac{\alpha}{10}} - 1} \tag{5.22}$$

Para $w > w_c$, $\cos^{-1}(w/w_c)$es un número imaginario, entonces:

$$C_n(w/w_c) = \cos\left[n\cos^{-1}\left(\frac{w}{w_c}\right)\right] \equiv \cos\left[n\left(j\cosh^{-1}\left(\frac{w}{w_c}\right)\right)\right] \equiv \cosh\left[n\cosh^{-1}\left(\frac{w}{w_c}\right)\right] \tag{5.23}$$

como $\cosh\left[n\cosh^{-1}\left(\frac{w}{w_c}\right)\right] > \left(\frac{w}{w_c}\right)^n$ y la diferencia se acentúa al incrementarse w, presenta una pendiente más abrupta que el Butterworth. Como $\left|H(jw)^2\right|$ baja de acuerdo a la inversa de un cosh de orden n, cae más rápidamente que la aproximación Butterworth. Para realizar la función de transferencia, los polos deben estar en las raíces de la función de transferencia:

$$\left|H(jw)\right| = \frac{A_0}{\sqrt{1+\varepsilon^2 \cos^2\left(n\cos^{-1}\left(\left(\frac{s}{j}\right)/w\right)\right)}} \tag{5.23}$$

entonces:

$$1+\varepsilon^2 \cos^2\left(n\cos^{-1}\left(\left(\frac{s}{j}\right)/w\right)\right) = 0 \tag{5.24}$$

los n polos del semiplano izquierdo están ubicados en:

$$\begin{aligned} S_R &= -w_c\, sen\left(\frac{2k+1}{2n}\pi\right) senh\,\gamma, \quad k = 0,1,\cdots,n-1 \\ jS_I &= j\,w_c \cos\left(\frac{2k+1}{2n}\pi\right)\cosh\gamma \\ \gamma &= \frac{1}{n} senh^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right) \end{aligned} \tag{5.25}$$

El factor γ asegura -3dB a w = w_c. Igual que en el caso de Butterworth, se dispone de tablas con valores típicos de **α** y **ε**, tal como se muestra en las Tablas 5.2 y 5.3 y 5.4 (Anexo A). Los polos de Chebyshev no caen dentro de un círculo unitario (w_c), caen en una elipse con focos en +-jw_c; el eje imaginario de valor $w_c \cosh\gamma$ y el eje real de valor $w_c\, senh\,\gamma$.

Del problema 5.1, f_c = 1KHz y n = 4 y de la Tabla, se tiene que para **ε** = 1 (**α** = -3dB):

$$polos: \begin{cases} (-0.058 \pm j\,0.947)w_c \\ (-0.206 \pm j\,0.392)w_c \end{cases}$$

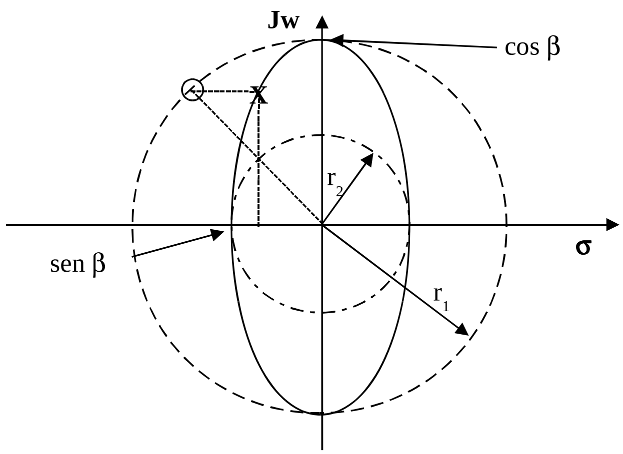


Figura 5.10. Relación entre los polos de Chebyshev (elipce) y Butterworth (círculo).

Ejemplo 5.3
Rediseñar el filtro de Butterworth del ejemplo 5.1 para obtener un filtro Chebyshev del mismo orden con un riple de -3dB en la banda de paso.

Desarrollo
Cada par de polos se puede obtener con la configuración Sallen-Key pasa bajos. Del problema 5.1:

$$s_R = \frac{-w_0}{2Q}$$

$$S_I = \left(w_0^2 - \left(\frac{w_0}{2Q} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$w_0^2 = S_I^2 + S_R^2$$

La última ecuación w_0^2 indica que los polos se encuentran sobre una circunferencia de radio w_o. En función de lo anterior,

$$w_{01} = \left[(0.085)^2 + (0.947)^2 \right]^{1/2} w_C = 0.951 w_c$$

$$w_{02} = \left[(0.206)^2 + (0.392)^2 \right]^{1/2} w_C = 0.493 w_c$$

Luego, se obtienen los Q:

$$Q_1 = \frac{-w_{01}}{2S_{R1}} = \frac{0.951}{0.085} = 5.59$$

$$Q_2 = \frac{-w_{02}}{2S_{R2}} = \frac{0.993}{0.206} = 1.075$$

Con w_0, Q y eligiendo $R=R_1=R_2=10K$, se calculan los capacitores:

$$C_{11} = \frac{2Q_1}{w_{01}R} = \frac{2 \cdot 5.59}{2\pi \cdot 0.951 \cdot 10^3 \cdot 10^4} = 1.87nF$$

$$C_{21} = \frac{1}{2Q_1\, w_{01}\, R} = \frac{1}{2 \cdot 5.59 \cdot 2\pi \cdot 0.951 \cdot 10^3 \cdot 10^4} = 1.5nF$$

el resto de los capacitores son: $C_{12} = 77.2nF, \quad C_{22} = 16.7nF$

Las dos etapas de AO tienen diferente w_0 para poder ubicar los polos sobre la elipse de Chebyshev. O sea que las etapas tienen diferente frecuencia de corte deseada, a diferencia de Butterworth.

En la Fig. 5.10 se observa la distribución de los polos en el plano complejo. S_1 y S_4 se obtienen con la 1ra sección de w_{01} = 0,951w_c y S_2 y S_4 con la segunda sección de w_{02} = 0,443w_c. La Fig. (5.11) muestra la simulación.

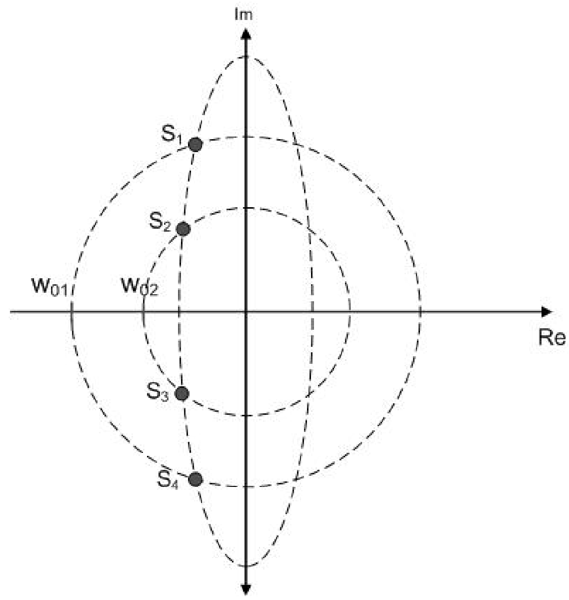


Figura 5.11. Distribución de los polos



Figura 5.12. Resultado de la simulación. Línea continua, Chebyshev, línea a trazos, Butterworth

5.4.1. Filtros pasa bajos de Chebyshev Tipo II

La función de transferencia de los filtros Chebyshev Tipo II presenta en el denominador tanto polos como ceros. El módulo al cuadrado de la respuesta en frecuencia está dada por:

$$|H(w)|^2 = \frac{1}{1+\varepsilon^2 \dfrac{T_N^2(w_s/w_p)}{T_N^2(w_s/w)}} \tag{5.26}$$

Los ceros están localizados sobre el eje imaginario en los puntos

$$s_k = j\frac{w_s}{sen\,\phi_k} \tag{5.27}$$

Los polos se encuentran ubicados sobre los puntos (vk, wk),

$$v_k = \frac{w_s x_k}{\sqrt{x_k^2 + y_k^2}}$$
$$w_k = \frac{w_s y_k}{\sqrt{x_k^2 + y_k^2}} \tag{5.28}$$

definidos en la Ecu. (5.16) ahora con el ripple en la banda de corte,

$$\beta = \left[\frac{1+\sqrt{1-A_{\max}^2}}{A_{\max}}\right]^{\frac{1}{N}} \tag{5.29}$$

Por lo visto, los filtros Chebyshev son caracterizados por los parámetros N, Amax, En función de estos parámetros, el orden del filtro queda determinado por

$$\beta = \left[\frac{1+\sqrt{1-A_{\max}^2}}{A_{\max}}\right]^{\frac{1}{N}} \tag{5.30}$$

Para valores grandes de w, el módulo de la función de transferencia es

$$|H(w)| = \frac{1}{\varepsilon C_N(w)} \tag{5.31}$$

La atenuación en dB (o pérdidas) con respecto al valor de w = 0 se puede expresar como,

$$perdidas = 20\log|H(w)| = 20\log\varepsilon + 20\log C_N(w) \tag{5.32}$$

Para valores grandes de w, $C_N(w)$ se puede aproximar introduciendo N en la expresión anterior, entonces:

$$perdidas = 20\log\varepsilon + 6(N-1) + 20\,N\log w \tag{5.33}$$

Comparando con la aproximación de Butterworth, que exhibe un apreciable desviación desde el valor de dc hasta el final de la banda del pasa banda. Chebyshev mejora la característica de la banda de transición por extender el ripple de igual medida a través de la banda de paso. A dc, el valor en dB de la respuesta es 0 si n es par y 0-Amax si n es impar. Un filtro Chebyshev puede realizar una dada banda de transición con una relación

de corte de orden mas baja que la de un filtro Butterworth, esto es, reduciendo la complejidad del circuito y el costo. Pasada la banda de transición, la respuesta Chebyshev fluctúa a una relación de -20dB/década, como el filtro de Butterworth para el mismo valor de n.

5.5. Filtros pasa bajos de Bessel

Los filtros basados en la aproximación de Bessel [1,2,3,4,7], presentan la ventaja de mínima deformación de la señal ya que el desfasaje es lineal con la frecuencia. Como aspecto desfavorable, la pendiente es peor que la de Butterworth. La aproximación de Bessel se caracteriza por tener un retardo de grupo máximamente plano en la banda de paso. Lamentablemente, su banda de transición es muy extensa, por lo que para una selectividad importante haría falta un orden prohibitivamente alto. Se utiliza cuando las exigencias de atenuación en la banda de corte no son muy severas. Su respuesta en frecuencia es:

$$H(s) = \frac{1}{B_N(s)}, \quad B_N(s) = \sum_{K=0}^{N} a_K \cdot s^K \tag{5.34}$$

$$H(s) = \frac{1}{\sum_{K=0}^{N} a_K \cdot s^K \cdots} \tag{5.35}$$

donde N es el orden del filtro y el denominador es un polinomio de Bessel, cuyos coeficientes son:

$$a_K = \frac{(2N-k)!}{2^{N-K} \cdot k! (2N-k)!}, \quad con\, k = 0,1,2,\ldots,N \tag{5.36}$$

y que se puede definir de forma recursiva como:

$$B_N(s) = (2N-1)\, B_{N-1}(s) + s^2\ B_{N-2}(s) + \cdots \tag{5.37}$$

siendo:

$$B_0(s) = 1 \quad B_1(s) = s + 1 \tag{5.38}$$

Estos filtros presentan fase lineal en la banda pasante, es decir, no distorsionan la señal, a costa de aumentar la zona de transición. Los filtros de Bessel pierden su propiedad de fase lineal al transformarlos en filtros digitales.

5.7. Filtros Elípticos o de Cauer

Los filtros basados en la aproximación de Cauer [1,2,3,4,7], presentan la ventaja de un corte muy abrupto en la banda de paso. Los inconvenientes, son:

- Rizado en la banda de paso y en la de atenuación
- La respuesta transitoria es peor que la aproximación de Chebyshev.

La aproximación elíptica o de Cauer se caracteriza por ser equirripple (ondulación constante) tanto en la banda de paso como en la de corte. En otras palabras, exhibe tanto polos de pérdida como ceros de reflexión. Dados *Amáx* y *Amín*, es la aproximación que más rápidamente crece en la banda de transición, entre todas las realizables como funciones racionales. Se utiliza, por consiguiente, en aquellos casos en los que se requiere una selectividad excepcionalmente abrupta. El precio a pagar es una respuesta transitoria muy oscilante, la cual puede ser inaceptable para ciertas aplicaciones en las que la señal varíe en forma aleatoria permanentemente, o en las que la información esté contenida en la forma de onda o en las envolventes, como sucede con las señales acústicas en general. La razón de este comportamiento, es la presencia de un pico muy importante en el retardo de grupo en las proximidades de la frecuencia de paso. La respuesta en frecuencia de un filtro pasa bajo elíptico es:

$$|H(w)| = \frac{1}{\sqrt{1+\varepsilon^2 U_N\left(\frac{w}{w_s}\right)}} \tag{5.39}$$

donde $U_N(x)$ es la función jacobiano elíptico de orden N, la que ha sido tabulada por Zverev (1967). Los ceros están ubicados sobre el eje imaginario y el error de la aproximación mantiene igual ripple en la banda de paso como en la de atenuación. Como consecuencia, son los filtros mas eficientes desde el punto de vista de necesitar un N menor respecto a las otras aproximaciones para el mismo set de especificaciones, requiriendo el menor ancho de banda de transición.

Para determinar el orden del filtro, es necesario contar con Amax, Amin y la relación w_c/w_s :

$$N = \frac{k\left(\frac{w_c}{w_s}\right) k\left(\sqrt{1-\left(\frac{\varepsilon}{\delta}\right)^2}\right)}{k\left(\frac{\varepsilon}{\delta}\right) k\left(\sqrt{1-\left(\frac{w_c}{w_p}\right)^2}\right)} \tag{5.40}$$

donde K(x) es la integral elíptica de primer tipo, definida como

$$K(x) = \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{1-x^2\, sen^2\,\theta}} \tag{5.41}$$

y $\delta_2 = 1/\sqrt{1+\varepsilon^2}$. Los valores de esta integral se encuentran tabulados en textos sobre diseño de filtros. El ripple en la banda de paso es $10\log\left(1+\varepsilon^2\right)$.

En esta aproximación, en la banda de paso, la fase presenta más alinealidad que en Butterworth y Chebyshev, especialmente en las cercanías del flanco.

5.8. Comparación de las respuestas Butterworth, Chebyshev y Bessel

A continuación, diseñaremos un filtro pasa bajo Butterworth, Chebyshev y Bessel a fin de comparar sus respuestas [2].

Ejemplo 5.4

Diseñar un filtro pasa bajo con frecuencia de corte 500Hz, que atenúe 22 dB a 800 Hz, con ganancia unitaria en la banda de paso.

Desarrollo

Determinación de la pendiente

$$p = -\frac{22}{\log \frac{800}{500}} \frac{dB}{dec} = -107.77 \frac{dB}{dec}$$, el orden del filtro es:

$$n = \frac{p}{20\frac{dB}{dec}} - \frac{-107.77}{20\frac{dB}{dec}} = 5.38$$ por lo tanto, adoptamos n=6.

5.8.1. Diseño para una aproximación de Butterworth

Para el n obtenido y de la tabla 5.5, los polos están ubicados en:

-0.258819± j 0.9659258
-0.7071068± j0.7071068
-0.9659258± j 0.258819

<u>*Primer par de polos:*</u> -0.258819± j 0.9659258, Wo=1

$$w_{C1} = w_0\, w_c = 2 \cdot n \cdot 500\, Hz = 3141.59 \frac{rad}{seg}$$

$$Q = \frac{w_0}{2Sr} = \frac{1}{2(-0.2588819)} = 1.9318$$

Adoptando R = 10KΩ

$$C_{11} = \frac{2Q}{w_{C1} \cdot R} = \frac{2 \cdot 1.9318}{3141.59 \cdot 10^4} = 123nF$$

$$C_{12} = \frac{1}{Q \cdot w_{C1} \cdot R} = \frac{1}{2 \cdot 1.9318 \cdot 3141.59 \cdot 10^4} = 8.23nF$$

<u>*Segundo par de polos*</u> -0.7071068± j0.7071068, Wo=1

$$w_{C1} = w_0\, w_c = 2 \cdot n \cdot 500\, Hz = 3141.59 \frac{rad}{seg}$$

$$Q = \frac{w_0}{2Sr} = \frac{1}{2(-0.7071068)} = 0.707$$

$Adoptamos \quad R = 10K\Omega$

$$C_{21} = \frac{2Q}{w_{C1} \cdot R} = \frac{2 \cdot 0.707}{3141.59 \cdot 10^4} = 45nF$$

$$C_{22} = \frac{1}{Q \cdot w_{C1} \cdot R} = \frac{1}{2 \cdot 0.707 \cdot 3141.59 \cdot 10^4} = 22.5nF$$

Tercer par de polos: -0.9659258± j 0.258819, Wo=1

$$w_{C1} = w_0 \; w_c = 2 \cdot n \cdot 500\,Hz = 3141.59 \frac{rad}{seg}$$

$$Q = \frac{w_0}{2Sr} = -\frac{1}{2(-0.9659)} = 0.51$$

Adoptando $R = 10K\Omega$

$$C_{31} = \frac{2Q}{w_{C1} \cdot R} = \frac{2 \cdot 0.517}{3141.59 \cdot 10^4} = 32.9nF$$

$$C_{32} = \frac{1}{Q \cdot w_{C1} \cdot R} = \frac{1}{2 \cdot 0.517 \cdot 3141.59 \cdot 10^4} = 30.7nF$$

5.8.2. Diseño para una aproximación de Chebyshev α=0.5

Polos
-0.07765 ± j 1.0084608
-0.212144 ± j 0.73822446
-0.289794 ± j 0.2702162

Primer par de polos: -0.07765 ± j 1.0084608, Wo=1.011

$$w_{C1} = w_0 \; w_c = 1.011 \cdot n \cdot 500\,Hz = 3176.15 \frac{rad}{seg}$$

$$Q = \frac{w_0}{2Sr} = -\frac{1.011}{2(-0.07765)} = 6.5$$

Adoptando R = 10KΩ

$$C_{11} = \frac{2Q}{w_{C1} \cdot R} = \frac{2 \cdot 2.65}{3141.59 \cdot 10^4} = 409nF$$

$$C_{12} = \frac{1}{Q \cdot w_{C1} \cdot R} = \frac{1}{2 \cdot 6.5 \cdot 3141.59 \cdot 10^4} = 2.42nF$$

Segundo par de polos: -0.212144 ± j 0.73822446, Wo=0.768

$$w_{C1} = w_0\ w_c = 0.768 \cdot n \cdot 500\,Hz = 2412.74\frac{rad}{seg}$$

$$Q = \frac{w_0}{2Sr} = -\frac{0.768}{2(-0.07765)} = 1.81$$

$$Adoptamos \quad R = 10K\Omega$$

$$C_{21} = \frac{2Q}{w_{C1} \cdot R} = \frac{2 \cdot 1.81}{2412.74 \cdot 10^4} = 150nF$$

$$C_{22} = \frac{1}{Q \cdot w_{C1} \cdot R} = \frac{1}{2 \cdot 1.81 \cdot 2412.74 \cdot 10^4} = 11.4nF$$

<u>*Tercer par de polos:*</u> -0.289794 ± j 0.2702162, Wo=0.3962

$$w_{C1} = w_0\ w_c = 0.39621 \cdot n \cdot 2 \cdot 500\,Hz = 1244.7\frac{rad}{seg}$$

$$Q = \frac{w_0}{2Sr} = \frac{0.3962}{2(-0.289794)} = 0.6835$$

$$R = 10K\Omega$$

$$C_{31} = \frac{2Q}{w_{C1} \cdot R} = \frac{2 \cdot 0.6835}{1244.7 \cdot 10^4} = 109nF$$

$$C_{32} = \frac{1}{Q \cdot w_{C1} \cdot R} = \frac{1}{2 \cdot 0.6835 \cdot 1244.7 \cdot 10^4} = 58.7nF$$

5.8.4. Diseño para una aproximación de Bessel

Polos
-0.90939 ±j0.185696
-0.799654 ±j0.562171
-0.538552 ±j0.961687

<u>*Primer par de polos:*</u> -0.90939 ±j0.185696, Wo=0.9282

$$w_{C1} = w_0\ w_c = 0.9282 \cdot n \cdot 2 \cdot 500\,Hz = 2916\frac{rad}{seg}$$

$$Q = \frac{w_0}{2Sr} = \frac{-5.15}{2(-2.51932)} = 0.51$$

$$R = 10K\Omega$$

$$C_{11} = \frac{2Q}{w_{C1} \cdot R} = \frac{2 \cdot 0.51}{2916 \cdot 10^4} = 34.9nF$$

$$C_{12} = \frac{1}{Q \cdot w_{C1} \cdot R} = \frac{1}{2 \cdot 0.51 \cdot 2916 \cdot 10^4} = 33.62nF$$

Segundo par de polos: -0.799654 ±j0.562171, Wo= 0.9775

$$w_{C1} = w_0\, w_c = 0.9775 \cdot n \cdot 2 \cdot 500\, Hz = 3070.9 \frac{rad}{seg}$$

$$Q = \frac{w_0}{2Sr} = \frac{-0.9775}{2(-0.799654)} = 0.611$$

$$R = 10K\Omega$$

$$C_{21} = \frac{2Q}{w_{C1} \cdot R} = \frac{2 \cdot 0.611}{3070.9 \cdot 10^4} = 39.8nF$$

$$C_{22} = \frac{1}{Q \cdot w_{C1} \cdot R} = \frac{1}{2 \cdot 0.611 \cdot 3070.9 \cdot 10^4} = 26.64nF$$

Tercer par de polos: -0.538552 ±j0.961687, Wo= 1.11

$$w_{C1} = w_0\, w_c = 1.1 \cdot n \cdot 2 \cdot 500\, Hz = 3455.75 \frac{rad}{seg}$$

$$Q = \frac{w_0}{2Sr} = \frac{-1.1}{2(-0.538552)} = 1.02$$

$$R = 10K\Omega$$

$$C_{31} = \frac{2Q}{w_{C1} \cdot R} = \frac{2 \cdot 1.02}{3455.75 \cdot 10^4} = 59.03nF$$

$$C_{32} = \frac{1}{Q \cdot w_{C1} \cdot R} = \frac{1}{2 \cdot 1.02 \cdot 3455.75.9 \cdot 10^4} = 14.18nF$$

En las siguientes figuras se muestra la comparación de las repuestas de módulo y de fase del filtro pasa bajo, diseñado con las tres aproximaciones.

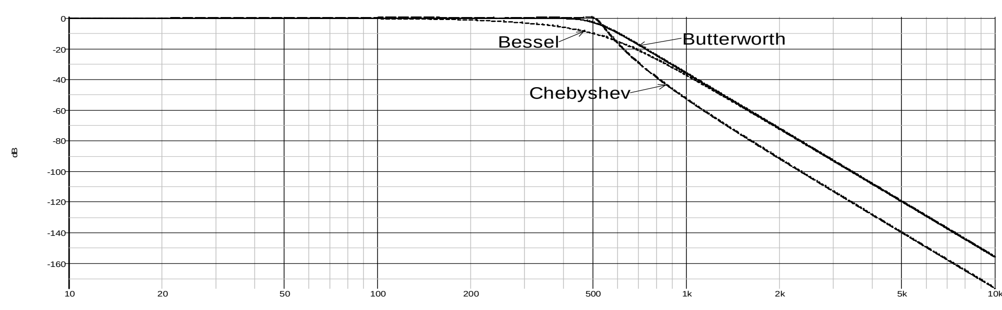


Figura 5.13. Módulos de las de las respuestas

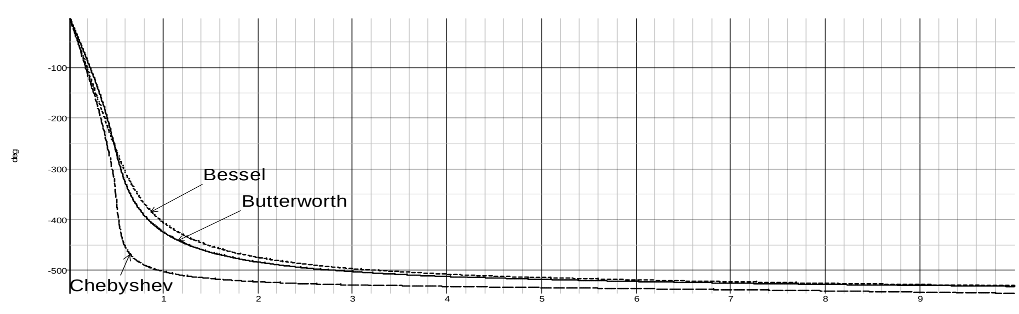


Figura 5.14. Fases de las de las respuestas

Se deja al lector verificar las fases de las respuestas.

5.9. Síntesis de pasa altos, pasa banda y suprime banda en cascada.

En la tabla 5.6 se esquematiza el tipo de transformación y los parámetros del filtro transformado [1, 2, 3].

Transformación	Circuito/Componentes
Pasa bajo a pasa alto	R =1/C C = 1/R
Pasa bajo a pasa banda Banda Angosta $\frac{w_S}{w_i} < 6$ Banda Ancha $\frac{w_S}{w_i} \geq 6$	Circuito único con Q >> Filros pasa altos y pasa bajos en cascada wc(PB)>wc(PA)
Pasa bajo a suprime banda Banda Angosta Banda Ancha	Filtros basados en redes de corte tipo “Notch Network” Filtros pasa altos y pasa bajos en paralelo wc(PB)<wc(PA)

Tabla 5.6 Síntesis de filtros en cascada

5.9.1. Filtro pasa bajo en cascada

El procedimiento para la síntesis de un filtro pasa bajo en cascada es la siguiente:

- Se debe construir el diagrama de bode con las especificaciones pedidas para el filtro pasa bajo.

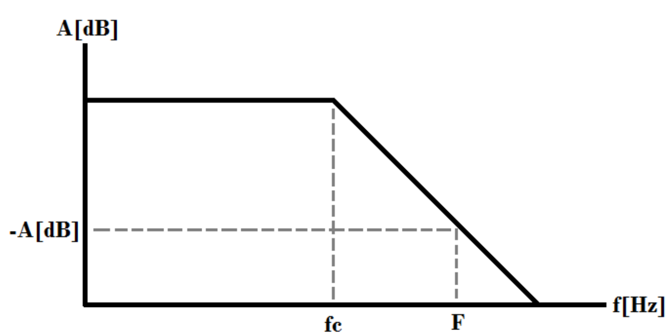


Figura 5.15. Especificaciones frecuenciales del filtro pasa bajo a diseñar

- Se calcula el orden del filtro respecto a las especificaciones.

$$p_{\min} = \frac{A[dB]}{\log \frac{F}{f_c}}$$

$$[n] = \frac{p_{\min}}{-20dB}$$

- Se encuentran los polos de un filtro pasa bajo normalizado del tipo deseado. (Butterworth, Chebyshev, Bessel).
- Se calcula el $w_{0PBN} = \sqrt{Sr^2 + Si^2}$ de cada polo (excepto para Butterworth que w_o = 1).
- Se calcula el $Q = \frac{-w_{0PBN}}{2Sr}$ para cada par de polos complejos conjugados.
- Se calcula $w_{cPb} = w_{0PbN} \cdot f_C \cdot 2\pi$
- Se implementa el circuito en una configuración Sallen-Key pasa bajo (filtro de orden 2). Por lo tanto se colocan en cascada tantos filtros como hagan falta ($[n^{ro}\ etapas\ Salen - Key] = n/2$). Si n es impar se deberá agregar otro filtro de orden 1 para completar el circuito (esto indica que hay un polo real).
- Si hacemos $R_1 = R_2 = R$, entonces:
- $$C_1 = \frac{2 \cdot Q}{w_{0Pb}\, R}$$
- $$C_2 = \frac{1}{2Q\, w_{0Pb}\, R}$$

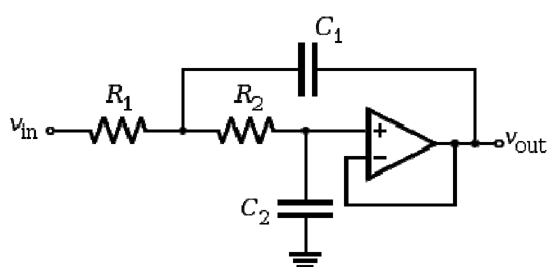


Figura 5.16. Etapa del filtro pasa bajo con Sallen Key

Ver ejemplo 5.4.

5.9.2. Filtro pasa alto en cascada

El procedimiento de síntesis es similar al del filtro pasa bajo:

- Se debe construir el diagrama de bode con las especificaciones pedidas para el filtro pasa alto.

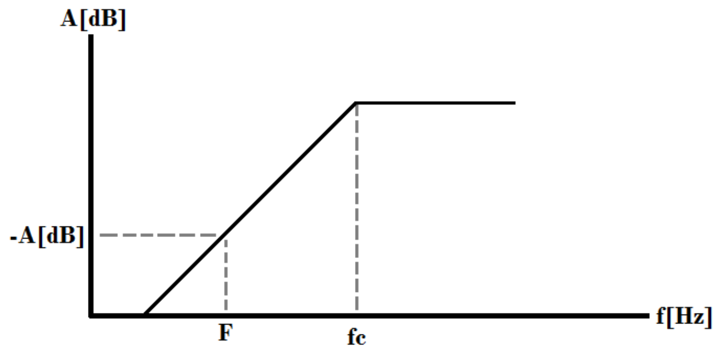


Figura 5.17. Especificaciones frecuenciales del filtro pasa alto a diseñar

- Se calcula el orden del filtro respecto a las especificaciones.
- $$p_{\min} = \frac{A[dB]}{\log \frac{F}{f_c}}$$
  $$[n] = \frac{p_{\min}}{-20dB}$$
- Se encuentran los polos de un filtro pasa bajo normalizado del tipo deseado. (Butterworth, Chebyshev, Bessel).
- Se calcula el $w_{0PBN} = \sqrt{Sr^2 + Si^2}$ de cada polo (excepto para Butterworth).
- Se calcula el $Q = \frac{-w_{0PBN}}{2Sr}$ para cada par de polos complejos conjugados. .
- Se calcula $w_{cPAN} = 1/w_{0PbN}$.
- Se calcula $w_{cPA} = w_{0PAN} \cdot f_C \cdot 2\pi$
- Se implementa el circuito en una configuración Salen-Key pasa alto (filtro de orden 2). Por lo tanto se colocan en cascada tantos filtros como hagan falta ($[n^{ro}\ etapas\ Salen-Key] = n/2$). Si n es impar se deberá agregar otro filtro de orden 1 para completar el circuito (esto indica que hay un polo real). La implementación con Sallen-Key se muestra a continuación.

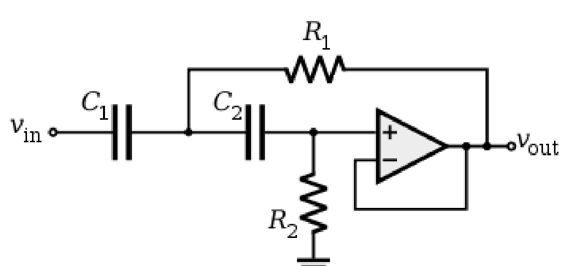


Figura 5. 18. Una etapa del filtro pasa alto con Sallen- Key

Si hacemos:

$C_1 = C_2 = C$, entonces:

$$R_2 = \frac{2 \cdot Q}{w_{0PA} C}$$
$$R_1 = \frac{1}{2Q\, w_{0PA} C}$$

Ejemplo 5.5

Diseñar un filtro pasa alto de Bessel de 5[to] orden activo con fo=100Hz y ganancia en la banda de paso de 2.

Solución

De tabla obtenemos los polos

$$S_{1-2} = -0.85155361936884 \pm j0.44271746394433$$
$$S_{3-4} = -0.59057594491192 \pm j0.90720675645745$$
$$S_5 = -0.92644207738776$$

$$w_{0PBN1} = 0.9597615$$
$$w_{0PBN2} = 1.0825$$
$$w_{0PBN3} = 0.92644$$

<u>Para el primer par de polos:</u>

$$w_{0PAN} = \frac{1}{w_{0PbN1}} 1.042$$

$$w_{0PA1} = w_{0PNN1} \cdot 2\pi \cdot f_C = 654{,}7 \frac{rad}{seg}$$

$$Q1 = \frac{w_{0PNN1}}{-2 \cdot Sr_{1-2}} = \frac{0.9597615}{-2 \cdot 0.8515536} = 0.563 \cdots$$

Por lo tanto obtenemos los componentes para el circuito basado en Sallen Key, para el primer par de polos:

$$Adop\tan do\; C = 100nF,$$
$$R_2 = \frac{2 \cdot Q_1}{w_{0PA1} C} = 17{,}2K\Omega$$
$$R_1 = \frac{1}{2Q\, w_{0PA1} C} = 13.56K\Omega$$

Para el segundo par de polos:

$$w_{0PAN2} = \frac{1}{w_{0PbN2}} = 0.9238$$

$$w_{0PA2} = w_{0PNN2} \cdot 2\pi \cdot f_C = 580{,}44 \frac{rad}{seg}$$

$$Q_2 = \frac{w_{0PNN2}}{-2 \cdot Sr_{3-4}} = \frac{0.9238}{-2 \cdot 0.8515536} = 0.916\cdots$$

$$Adop\tan do\; C = 100nF,$$

$$R_4 = \frac{2 \cdot Q_2}{w_{0PA2}\, C} = 31{,}56K\Omega$$

$$R_3 = \frac{1}{2\,Q\, w_{0PA1}\, C} = 9.4K\Omega$$

Para el polo real:

$$w_{0PAN3} = \frac{1}{w_{0PbN3}} = 1.08$$

$$w_{0PA3} = w_{0PNN3} \cdot 2\pi \cdot f_C = 678{,}58 \frac{rad}{seg}$$

Finalmente obtenemos los componentes para esta etapa:

$$Adop\tan do\; C = 100nF,$$

$$R_5 = \frac{1}{2\,Q\, w_{0PA3}\, C} = 14.73K\Omega$$

Para esta etapa se adopta configuración no inversora y para cumplir con los requisitos de ganancia total del filtro, elegimos $R_6 = R_7 = 10K\Omega$.

En la Fig. 5. 19 se muestra el circuito implementado en el simulador y en la Fig. 5. 20 se encuentra el resultado de la simulación donde puede observarse que el filtro cumple con las especificaciones de diseño

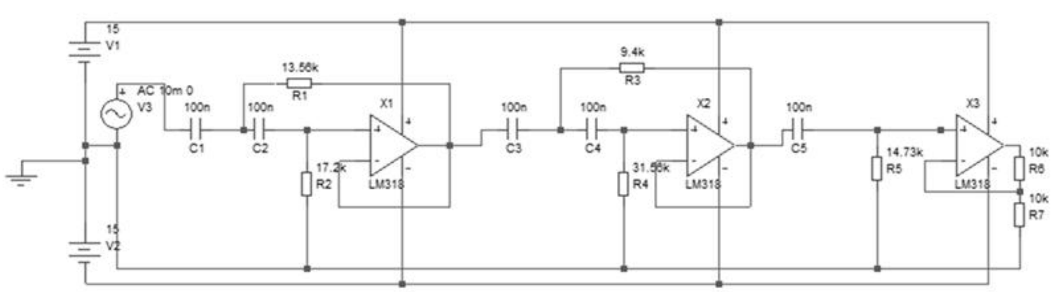


Figura 5.19. Circuito del filtro pasa alto diseñado

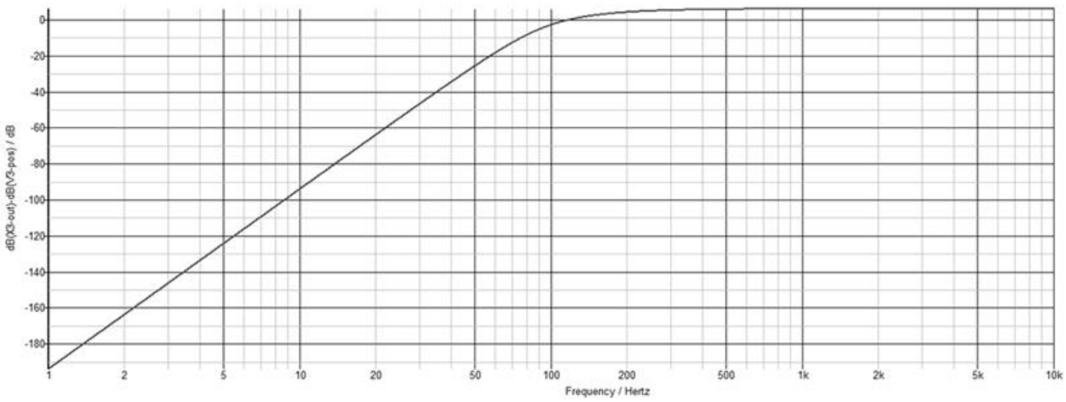


Figura 5.20. Resultado de la simulación

5.9.3. Filtro pasa banda en cascada

El proceso de diseño es el siguiente:

- Se construye el diagrama de bode con las especificaciones pedidas para el filtro pasa banda y se transforma al equivalente pasa bajo.
- A partir de la transformación pasa bajo se obtiene el orden del filtro, n siempre debe ser par, ya que cada par de polos representa dos etapas pasa banda.

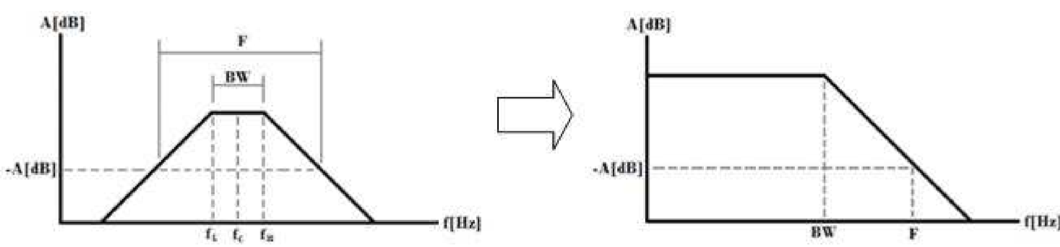


Figura 5.21. Especificación frecuencial del filtro pasa-banda y pasa bajo equivalente

- Se encuentran los polos de un filtro pasa bajo normalizado del tipo deseado. (Butterworth, Chebyshev, Bessel).
- Se calcula $f_C = \sqrt{f_l \cdot f_h}$
- Se calculan el Q del filtro. $Q = \dfrac{f_C}{bW}$
- Para cada par de polos del filtro prototipo pasa bajo normalizado se obtiene

$$m = \frac{|Sr|}{Q_{BP}}, \quad j = \frac{|Si|}{Q_{BP}}, \quad n = m^2 + n^2 + 4$$

- Luego se calcula:

$$Q_i = \sqrt{\frac{n+\sqrt{n^2-16m^2}}{8m^2}}, \quad w_i = Q_i\, m + \sqrt{Q_i^2\, m^2 - 1}$$

- Cada par de polos tendrá asociado dos frecuencias de corte:

$$w_{0i} = \frac{f_C}{w_i}\cdot 2\pi, \quad w_{0i+1} = f_C \cdot w_{0i} \cdot 2\pi$$

- $.\, Q_1 = Q_2 = Q_i$, esto quiere decir que habrá 2 etapas con el mismo Q. Estas etapas corresponde a los polos complejos conjugados.

La implementación se realiza con un filtro de realimentación múltiple (apartado 4.4.2.2.).

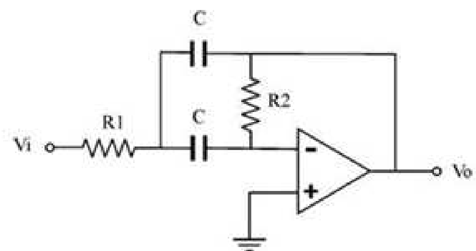


Figura 5.22. Circuito pasa-banda unidad implementado con un filtro de realimentación múltiple

El diseño se completa calculando C, R_1 y R_2 usando las ecuaciones (4.44).

Ejemplo 5.6

Diseñar un filtro pasa banda, a partir de un filtro prototipo pasa bajo de Butterworth de 4to orden. W_L=9rad/seg W_H=11rad/seg.

Desarrollo

Frecuencia central

$$w_C = \sqrt{w_l \cdot w_h} = \sqrt{9\cdot 11} = 9.95\frac{rad}{seg}$$

Q del filtro

$$Q_{HP} = \frac{w_C}{bW} = \frac{9.95}{2} = 4.97$$

Polos

$$S_{1-2} = -0.9239 \pm j0.3827$$

$$S_{1-2} = -0.3827 \pm j - 0.9239$$

<u>Para el 1er par de polos.</u>

$$m = \frac{|Sr|}{Q_{BP}} = \frac{0.9239}{4.97} = 0.1858, \quad j = \frac{|Si|}{Q_{BP}} = \frac{0.3827}{4.97} = 0.077$$

$$n = m^2 + n^2 + 4 = 0.1858^2 + 0.077^2 + 4 = 4.04$$

$$Q_1 = Q_2 = \sqrt{\frac{n + \sqrt{n^2 - 16m^2}}{8m^2}} = \sqrt{\frac{4 + \sqrt{4^2 - 16 \cdot 0.1858^2}}{8 \cdot 0.1858^2}} = 5.4$$

$$w_1 = Q_1 \cdot m + \sqrt{Q_1^2 m^2 - 1} = 5.4 \cdot 0.1858 + \sqrt{5.4^2 \cdot 0.1858^2 - 1} = 1.08$$

$$w_{01} = \frac{f_C}{w_i} \cdot 2\pi = \frac{w_C}{w_i} = \frac{9.95}{1.08} = 9.2129 \frac{rad}{seg}$$

$$w_{02} = f_C \cdot w_{0i} \cdot 2\pi = w_C \cdot w_1 = 10.7 \frac{rad}{seg}$$

<u>Cálculo de componentes para el circuito pasa banda.</u>
Adoptamos C = 10uF

$$R_1 = \frac{1}{2Q_1 \cdot w_{01} \cdot C} = \frac{1}{2 \cdot 5.4 \cdot 1.08 \cdot 10^{-5}} = 1K\Omega, \quad R_2 = \frac{2Q_1}{w_{01} \cdot C} = \frac{2 \cdot 5.4}{1.08 \cdot 10^{-5}} = 117K\Omega$$

$$R_3 = \frac{1}{2Q_2 \cdot w_{02} \cdot C} = \frac{1}{2 \cdot 5.4 \cdot 1.08 \cdot 10^{-5}} = 862\Omega, \quad R_4 = \frac{2Q_2}{w_{02} \cdot C} = \frac{2 \cdot 5.4}{10.74 \cdot 10^{-5}} = 100K\Omega$$

<u>Para el 2do par de polos.</u>
Repitiendo el procedimiento, se tiene:

$$m = 0.0077, \quad j = 1.1858$$
$$n = 4.04$$

$$Q_3 = Q_4 = 13.04, \quad w_2 = 1.09$$
$$w_{03} = 9.12 \frac{rad}{seg}, \quad w_{04} = 10.84 \frac{rad}{seg}$$

<u>Calculo de componentes para el circuito pasa banda</u>
Adoptando C = 10uF

$$R_5 = 420\Omega, \quad R_6 = 286K\Omega$$
$$R_7 = 353\Omega, \quad R_8 = 240.6K\Omega$$

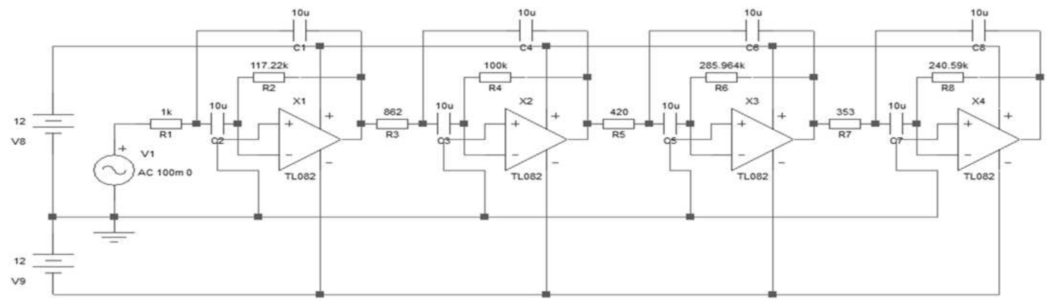


Figura 5.23. Esquemático del circuito pasa-banda diseñado

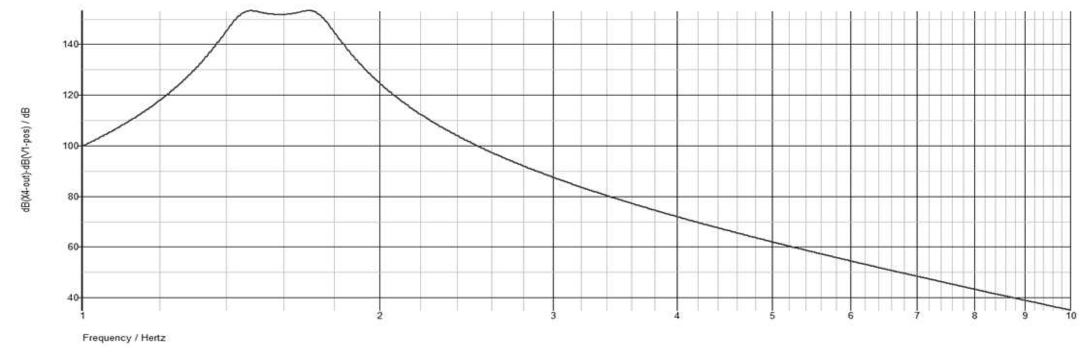


Figura 5.24. Simulación del circuito pasa-banda diseñado

5.9.4. Filtro suprime banda en cascada

Para el diseño de este tipo de filtro se repite el procedimiento usado anteriormente, teniendo en cuenta:

Construir el diagrama de bode con las especificaciones pedidas para el filtro rechaza banda, y transformarlo al equivalente pasa alto.

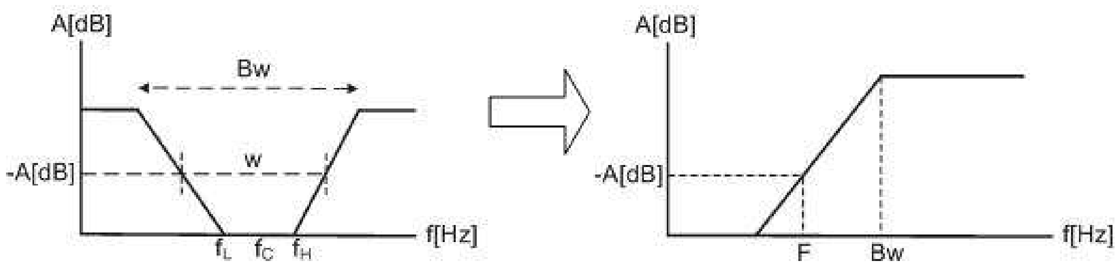


Figura 5.25. Especificación frecuencial del filtro suprime-banda y pasa alto equivalente

A partir de la transformación pasa alto se obtiene el orden del filtro. A continuación se encuentran los polos de un filtro pasa bajo normalizado del tipo deseado. (Butterworth, Chebyshev, Bessel,), se calcula □para cada par de polos complejos conjugados y se calcula el Q del filtro, tal como se vino haciendo hasta ahora. Para cada par de polos del filtro prototipo pasa bajo normalizado se calcula:

$$A = \frac{|Sr|}{w_0\, Q_{BS}}, \quad B = \frac{|Si|}{w_0\, Q_{BP}}, \quad f = B^2 - A^2 + 4$$

Luego se calcula

$$g = \sqrt{\frac{f + \sqrt{f^2 - 4A^2B^2}}{2}}, \quad h = \frac{A \cdot B}{g}, \quad w = 0.5\sqrt{(A+h)^2 + (B+g)^2}$$

Cada par de polos tendrá asociado dos frecuencias de corte

$$w_{0i} = \frac{f_C}{w_i} \cdot 2\pi, \quad w_{0i+1} = f_C \cdot w_i \cdot 2\pi, \quad Q_i = \frac{w}{A+h}$$

Como $Q_1 = Q_2 = Q_i$, quiere decir que habrá 2 etapas con el mismo Q. Estas etapas corresponden a los polos complejos Conjugados.

Para **n impar**

$$Q_i = Sr \cdot Q_{BS} \cdot w_{0i} = f_C \cdot 2\pi$$

Ejemplo 5.7
Diseñar un filtro rechaza banda con fL=45Hz y fH=55Hz para eliminar componentes no deseados de 50Hz correspondientes a tensión de la línea de alimentación.

Desarrollo
(Ver apartado 4.4.2.1.)
bW=10Hz

$$f_C = \sqrt{f_H \cdot f_L} = \sqrt{44 \cdot 55} = 49.74 Hz$$

El Q del filtro es:

$$Q_{BS} = \frac{f_C}{bW} = \frac{49.74}{10} \cong 5$$

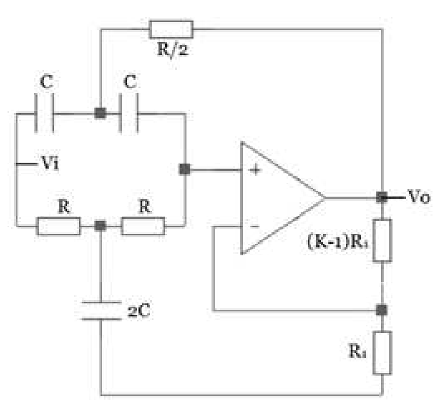


Figura 5.26. Circuito unidad filtro suprime banda

Para estas condiciones, los polos estarán ubicados en:

$$S_{1-2} = -0.9239 \pm j0.3827$$
$$S_{3-4} = -0.3827 \pm j0.9239$$

<u>Para el primer par de polos:</u>
Procedimiento de forma similar:

$$A = \frac{|Sr|}{w_0\, Q_{BS}} = 0.07654, \quad B = \frac{|Si|}{w_0\, Q_{BP}} = 0.18478$$
$$f = B^2 - A^2 + 4 = 4.028$$

$$g = \sqrt{\frac{f + \sqrt{f^2 - 4A^2B^2}}{2}} = 2, \quad h = \frac{A \cdot B}{g} = 0.00709$$
$$w_2 = 0.5\sqrt{(A+h)^2 + (B+g)^2} = 1.09, \quad w_{01} = \frac{w_C}{w_1} = 286.72\frac{rad}{seg}$$
$$w_{02} = w_C \cdot w_2 = 340.65\frac{rad}{seg}, \quad Q_{3-4} = \frac{w_2}{A+h} = 13.03$$

Adoptando $C = 100nF$, se tiene:

$$R_1 = \frac{1}{w_{01} \cdot C} = 34.8K\Omega$$
$$R_2 = \frac{1}{w_{02} \cdot C} = 29.35K\Omega$$
$$k_{3-4} = 2 - \frac{1}{2Q_1} = 1.961$$

<u>Para el primer par de polos:</u>

$$A = \frac{|Sr|}{w_0\, Q_{BS}} = \frac{0.9239}{10 \cdot 5} = 0.18478 \quad B = \frac{|Si|}{w_0\, Q_{BP}} = \frac{0.3827}{10 \cdot 5} = 0.07654$$
$$f = B^2 - A^2 + 4 = 0.07654^2 - 0.18478^2 + 4 = 3.97$$

$$g = \sqrt{\frac{f + \sqrt{f^2 - 4A^2B^2}}{2}} = \sqrt{\frac{3.97 + \sqrt{3.97^2 - 4 \cdot 0.18478^2 \cdot 0.07654^2}}{2}} = 1.992$$
$$h = \frac{A \cdot B}{g} = \frac{0.18478 \cdot 0.07654}{1.992} = 0.00709$$
$$w_1 = 0.5\sqrt{(A+h)^2 + (B+g)^2} = 0.5\sqrt{(0.18478 + 0.00709)^2 + (0.07654 + 1.992)^2} = 1.038$$

$$w_{01} = \frac{w_C}{w_1} = \frac{2\pi\ f_C}{1.038} = \frac{2\pi\,49.74}{1.038} = 301.08\frac{rad}{seg}$$

$$w_{02} = w_C \cdot w_1 = 2\pi\ f_C \cdot 1.038 = 2\pi \cdot 49.74 \cdot 1.038 = 324.4\frac{rad}{seg}$$

$$Q_{1-2} = \frac{w_1}{A+h} = \frac{1.038}{0.18478+0.00709} = 5.51$$

Para el cálculo de los componentes se emplean las ecuaciones (4.40). Adoptando $C = 100nF$, se tiene:

$$w_0 = \frac{\sqrt{2}}{RC} \rightarrow R_1 = \frac{1}{w_{01}\cdot C} = \frac{1}{301.08\cdot 100\cdot 10^{-6}} = 33.21K\Omega$$

$$R_2 = \frac{1}{w_{02}\cdot C} = \frac{1}{324.4\cdot 100\cdot 10^{-6}} = 30.83K\Omega$$

$$Q = \frac{1}{4-k} \rightarrow k_{1-2} = 2 - \frac{1}{2Q_1} = 2 - \frac{1}{2\cdot 5.41} = 1.907$$

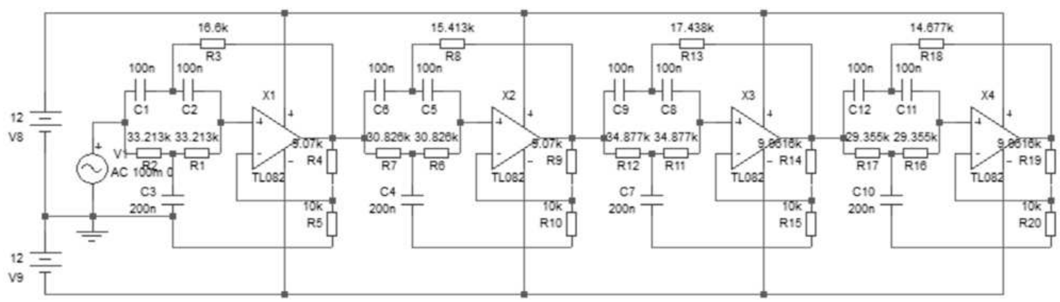


Figura 5.27. Esquemático del filtro suprime-banda diseñado

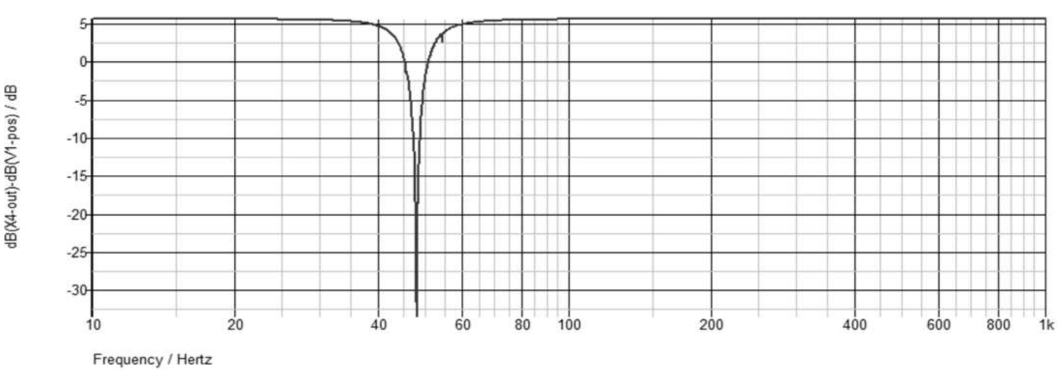


Figura 5.28. Simulación del filtro suprime-banda diseñado

5.10. Síntesis con Filtros Universales

Los filtros vistos, con la excepción de los suprime banda del apartado anterior pueden implementarse con filtros universales (estructura variable y bicuadrados) que ofrecen los

distintos fabricantes de CI, dando la oportunidad al diseñador de usar las ventajas en lo que respecta a tamaño y minimización de desajustes. El lector interesado puede consultar entre otras, las referencias citadas en el capítulo IV.

5.11. Conclusiones

En este capítulo se han visto las bases de filtros basados en funciones de aproximación. Todas apuntan a la misma finalidad: la pendiente en la banda de transición debe aproximarse a la ideal, es decir, pendiente de 90 grados. Los filtros basados en las aproximaciones de Butterworth y de Bessel presentan pendientes suaves tanto en la banda de paso como en la de transición. La aproximación Bessel tiene la ventaja de mantener constante la fase de la señal a filtrar y la desventaja de una menor pendiente en la banda de rechazo.

Las aproximaciones de Chebyshev y Cauer mejoran notablemente la pendiente en la banda de transición a costa de presentar oscilaciones o deformaciones en las bandas de paso y de rechazo. Los filtros basados en Chebyshev tipo II presentan oscilaciones en la banda de rechazo, manteniendo uniformidad en la banda de paso. Dependerá de la aplicación específica, trabajar con tipo I o tipo II. Finalmente, los filtros basados en la aproximación de Cauer, también llamados filtros elípticos, presentan la mayor pendiente en la banda de transición a costa de grandes oscilaciones a la finalización de las bandas de paso y al inicio de la banda de rechazo.

Cuando, por necesidades de las especificaciones es necesario conectar varios filtros en serie, el procedimiento de diseño es exactamente el mismo, se parte del prototipo normalizado y una vez calculado, se lo desnormaliza, generando el filtro final solicitado.

Con respecto a los cuidados en la elección de los CI usados en el diseño, se debe tener en cuenta lo citado al final del capítulo IV.

5.12. Problemas propuestos

5.12.1. Dibuje las gráficas de la magnitud de las respuestas Butterworth y Chebyshev para n =6 y $A_{máx}$ = 1 dB y compare las atenuaciones para w = $2w_C$.

5.12.2. Diseñar un filtro pasa bajos Butterworth con frecuencia de corte f_C = 10kHz y una atenuación mínima de 50 dB en f = 50kHz. Verificar por simulación que el filtro cumple con las especificaciones.

5.12.3. Diseñar un filtro pasa altos Chebyshev con frecuencia de corte f_C =6kHz y una atenuación mínima de 40 dB en f = 1khz. Verificar por simulación que el filtro cumple con las especificaciones.

5.12.4. ¿Qué criterios usa para elegir entre una aproximación Butterworth o Chebyshev?

5.12.5. Diseñar un filtro suprime banda con frecuencia de corte inferior f_L = 95Hz y frecuencia de corte superior f_H = 205Hz. En +/- 2 Hz de la frecuencia central la atenuación debe ser de por lo menos 30 dB.

5.12.6. Encontrar el valor de n para un filtro Butterworth pasa bajos con frecuencia de corte de 0.9kHz, f_S = 2kHz, A_{max} = 1 dB y $A_{mín}$ = 35 dB.

5.12.7. Diseñar un filtro pasa bajos Chebyshev de sexto orden con una frecuencia de corte de 13.0kHz y 1.0dB para ser usado a la salida de un conversor DA que brinde una atenuación de 40dB. Diseñar el filtro y comprobar las características del diseño realizando una simulación.

5.12.8. Diseñar un filtro pasa altos Chebyshev de tercer orden y 0.1dB con frecuencia de corte 5kHz y ganancia en el banda pasante de 20dB.

5.12.9. Diseñar un filtro rechaza banda Chebyshev de 0.1 dB, con frecuencia suprime banda de f_Z = 2600Hz, banda de paso de 300Hz, banda de rechazo de 50Hz, A_{max} = 0.1 dB y A_{min} = 30dB.

5.12.10. Repetir el problema anterior usando un filtro basado en la aproximación de Bessel. Comparar los resultados.

5.12.11. Usando componentes iguales, diseñar un filtro pasa bajos de quinto orden Bessel que cumpla con: f_C = 1kHz y Ho = 0dB.

5.12.12. ¿Qué criterios usa para elegir entre una aproximación Butterworth o Bessel?

5.13. Referencias

[1]- F. Miyara Filtros Activos. Univ. Nac. de Rosario, Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura, Escuela de Ingeniería Electrónica, Departamento de Electrónica, Electrónica III, 2004.
http://www.ing.uc.edu.ve/~ajmillan/Docencia/Material/filtros-t.pdf

[2]- S. Franco. Design with Operational Amplifiers and Analog integrated Circuits. WCB McGraw-Hill, 1998.

[3]- Tema III. Aproximación de Filtros.pdf. Curso 2004/5, Área de Electrónica, Departamento de Electrónica y Electromagnetismo, ESI.

[4]- Síntesis de Circuitos Eléctricos y Electrónicos. Sesión 7. Funciones de Aproximación. Departamento de Teoría de la Señal y Comunicaciones, Universidad de Vigo, España.

[5]- Análisis y síntesis de circuitos, Tema 2: Funciones de aproximación. Departamento de Teoría de la Señal y Comunicaciones. Universidad de Alcalá, España.

[6]- Texas Instrument. Chapter 16 Active Filter Design Techniques, Literature Number SLOA088. 2008. www.texas.com

[7]- Peña, J. C. Filtros Activos. Ingeniería en Automática y Electrónica Industrial-Sistemas Analógicos-Curso04/05. www.ulpgc.es/hege/almacen/download/29/29861/filtros.pdf

Capítulo VI
Introducción a la Teoría de la Técnica del Capacitor Conmutado

6.1. Introducción

En el capítulo 4 se han visto los filtros basados en variables de estado y filtros bicuadrados que permiten la implementación de funciones en un CI. En la bibliografía consultada hasta el momento, se sabe que existen firmas que fabrican integrados específicos simplificando el tamaño del PCB, reducción de ruido, iguales desajustes en DC de todas las etapas y posibilidad de tener a disposición y en forma simultánea, salidas pasa altos, pasa bajos y pasa banda. El inconveniente que presentan, es similar al resto de CI analógicos, esto es, necesitar de componentes externos para poder implementar el tipo de filtro necesario.

Con la técnica del capacitor conmutado, es posible reemplazar los resistores por capacitores logrando mayor estabilidad y amplio rango de valores. Como se verá, el mayor inconvenientes que presentan es que la máxima frecuencia de la señal a procesar, depende de un reloj y por lo tanto, no puede sobrepasar los 2MHz.

Sin embargo, el avance de la tecnología de integración de componentes analógicos y digitales conjuntamente con la teoría del capacitor conmutado, permitió el desarrollo de dispositivos mixtos, logrando arribar a los arreglos analógicos configurables por campo (FPAA), pudiendo modificar además de valores de los componentes pasivos, estructura, tal como se verá en el próximo capítulo.

A continuación se darán las bases de la técnica de capacitor conmutado orientada al desarrollo de filtros de cualquier orden y tipo de aproximación, de acuerdo a las necesidades de la aplicación. Para el estudio, se partirá de estructuras diferenciadoras e integradoras, pasando luego a configuraciones más complejas.

Posteriormente se realizará el estudio detallado de un circuito integrado comercial especialmente diseñado para generar filtros basados en la técnica de capacitor conmutado de hasta 4to orden.

6.2. Generalidades

Los filtros en tiempo continuo se caracterizan por el hecho de que H_0 y el Q normalmente son controlados por la *relación* de los componentes del filtro y W_0 es gobernada por *productos* de los mismos.

Si bien, las razones de los componentes pueden mantenerse en el tiempo dentro de ciertos límites de variación de temperatura y tiempo por el uso, los productos son más difíciles de mantener bajo control. Además, los procesos de fabricación de CI no permiten la fabricación de resistencias y capacitores con magnitudes (10^3 a 10^6 y 10^{-9} a 10^{-6} F) y tolerancias (1% o mejor), valores típicos requeridos en aplicaciones de audio e instrumentación.

Si las funciones de los filtros han de coexistir con funciones digitales en el mismo chip, los filtros deben construirse con componentes típicos que usan en los procesos VLSI, transistores y pequeños capacitores MOS, pueden ser implementados. Este fue el comienzo de los filtros de capacitores conmutados (CC) que simulan resistores, por conmutación periódica de capacidades MOS con llaves MOSFET produciendo constantes de tiempo que dependen de relación de capacidades en lugar de los productos R-C.

Los capacitores MOSFET de canal n están caracterizados por una baja resistencia de canal (típicamente < 10^3 Ω) cuando el nivel de tensión en la compuerta es alta y alta resistencia (> 10^{12} Ω) para una baja tensión sobre la compuerta. Como esta relación (off/on) es alta, un MOSFET se puede usar prácticamente para todos los propósitos de una llave.

Si las compuertas son controladas con una señal de reloj fuera de fase que no se solapen (como se muestra en la Fig. 6.1), los transistores conducirán en forma alternada en cada medio ciclo de reloj, entonces el circuito se comporta como una llave de un polo y dos posiciones (SPDT). Esta función de llave opera con el principio: *abrir antes de conectar (break-before-make)*.

Básicamente, la idea consiste en reemplazar en el interior de un circuito integrado dedicado al procesamiento de señales analógicas la mayor cantidad de resistencias posibles usando capacitores y llaves de conmutación. En la Fig. 6.1a se observa un capacitor que puede ser cargado y descargado mediante dos transistores MOSFET de canal n que actúan como llaves.

En la parte b de la figura observamos el diagrama temporal de los pulsos que comandan las compuertas de los MOSFETS [1]. Refiriéndonos ahora a la parte c de la figura y asumiendo que V1 > V2, esto es, el capacitor C se carga a través de V1 y se descarga a través de V2, la variación de carga sobre él es $\Delta Q = C(V_1 - V_2)$. Si la llave oscila a una frecuencia de f_{CK} Hertz, la carga transferida en 1 segundo desde V1 a V2, define una corriente promedio

$$I_{pro} = \Delta Q \, f_{CK} \text{, o}$$

$$I_{pro} = C \, f_{CK} \left(V_1 - V_2\right) \qquad (6.1)$$

Si f_{CK} es lo suficientemente grande, el proceso de conmutación puede tomarse como un proceso continuo, entonces, la llave y el capacitor pueden modelarse como una resistencia equivalente, es decir,

$$R_{equ} = \frac{\left(V_1 - V_2\right)}{I_{pro}} = \frac{1}{C \, f_{CK}} \qquad (6.2)$$

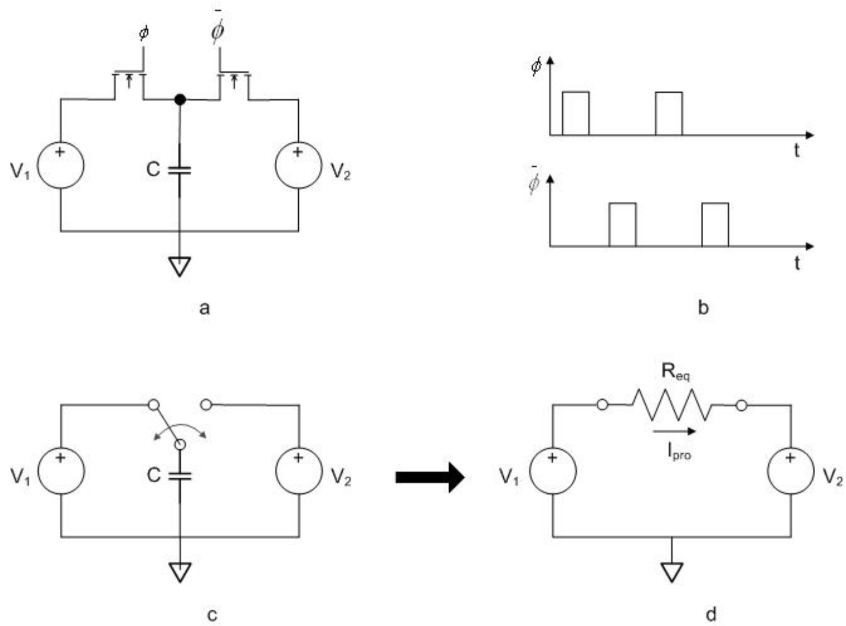


Figura 6.1. Concepto de capacitor conmutado.

Aquí surge una pregunta: ¿a qué frecuencia f_{CK} debe trabajar la llave?

6.3. Integradores CC

Como es sabido, un integrador RC como el que se muestra en la Fig. 6.2a, tiene una respuesta en frecuencia:

$$H(jw) = -\frac{1}{\frac{jw}{w_0}} \tag{6.3}$$

donde la frecuencia para ganancia unidad está dada por:

$$w_0 = \frac{1}{R_1 \cdot C_2} \tag{6.4}$$

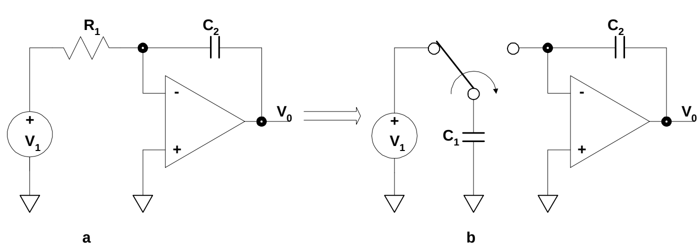


Figura 6.2. Conversión de un integrador RC a un integrador CC

Reemplazando R_1 por una resistencia CC, se tiene el integrador SC de la Fig. 6.2b. Si la frecuencia de entrada w es tal que:

$$w << w_{CK} \tag{6.5}$$

donde $w_{CK} = 2\pi\, f_{CK}$, entonces la corriente que fluye desde V1 a el nodo de suma puede ser considerada como continua, y wo es encontrada por reemplazar Req en la Ecu. (6.4),

$$w_0 = \frac{C_1}{C_2} f_{CK} \tag{6.6}$$

Esta última expresión revela tres importantes características que tienen los filtros CC en general, no siendo una norma para los integradores CC:

1. No tienen resistores. Esto es muy deseable del punto de vista de la fabricación del CI, dado que resistores monolíticos está plagados de grandes tolerancias y desplazamiento térmico, y además ocupan una gran área en el interior del chip. Por otro lado, las llaves son implementadas con MOSFETs, que constituyen los ingredientes básicos de la tecnología VLSI, ocupando un área muy reducida de silicio.
2. Las características de frecuencia wo dependen de las relaciones entre capacidades, las que son mucho más fáciles de controlar y mantener que los productos RC. Con la tecnología actual, relaciones de tolerancias tan bajas como el 0.1% son fácilmente obtenibles.
3. La característica en frecuencia wo es proporcional a la frecuencia del reloj f_{CK}, indicando que *los filtros CC son filtros del tipo programables*. *Variando f_{CK} se puede desplazar la respuesta por encima y por debajo de la frecuencia central*. Si por otro lado, es deseable estabilidad y exactitud en frecuencia, f_{CK} puede ser generada, a partir de un oscilador a cristal.

La Ecu. (6.6) también muestra que, por una buena elección de los valores de f_{CK} y de la relación C_1/C_2, es posible obtener grandes valores de capacidades, siempre y cuando se adopten bajos valores de w_o. Por ejemplo, con:

$$f_{CK} = 1MHz$$
$$C_1 = 1pF, \quad C_2 = 15.9pF$$

El integrador CC da,

$$f_0 = \frac{1}{2\pi}\frac{1}{15.9}\cdot 10^3 = 10\,Hz$$

Si este integrador se implementara para la misma frecuencia con un circuito RC, se tendría:

$$R_1 = 1.59\,M\Omega, \quad C_2 = 10\,nF$$

Fabricando con técnicas monolíticas y manteniendo el valor de esos productos dentro del 0.1%, es algo que se encuentra fuera de la realidad. Normalmente, los filtros CC usan capacidades en el rango de 0.1pF a 100pF, siendo el rango de 1pF a 10pF el más

utilizado. El límite superior está dado por consideraciones de área y el límite inferior, por capacidades parásitas sobre la estructura del CC.

Para minimizar el efecto de capacitancias parásitas y además incrementar la versatilidad del circuito, los integradores CC son implementados con pares de llaves SPDT, en la forma que se muestra en la Fig. 6.3. En la Fig. 6.3a, la llave (down) descarga C1 a cero y carga C1 a Vi. La corriente fluirá al interior del punto de suma del amplificador si Vi >0, y a la salida si Vi < 0, indicando que el integrador es de tipo inversor. Cambiando la fase de una de las llaves y en las posiciones de la Fig. 6.3b, la placa izquierda de C1 está a Vi y la placa de la derecha a 0 Volt. Conmutando ambas llaves C1 se descargará a 0 Volt, entonces empuja la carga a la salida del punto de suma si Vi>0 y introducirá corriente si Vi <0. Invirtiendo la secuencia de una de las dos llaves MOSFETs se logra que se invierta la corriente Iavg, resultando un integrador de tipo no inversor.

6.3.1. Limitaciones Prácticas de los Filtros CC

Hay algunas limitaciones importantes que es necesario conocer antes de implementar filtros CC.

Primero hay límites sobre el rango de permisividad de f_{CK}: El límite superior está dado por la cualidad de las llaves MOS y de la velocidad de los amplificadores operacionales. Tomando 10pF como una capacitancia típica y 1KΩ como una resistencia también típica de una llave MOS en estado cerrado, se observa que la constante de tiempo está en el orden de 10ns.

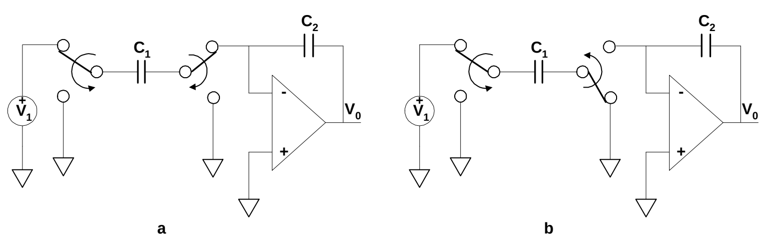


Figura 6.3. Integradores CC inversores y no inversores

Considerando que para cargar una capacitancia al 0.1 % de la máxima tensión toma alrededor de siete constantes de tiempo ($e^{-7} \cong 10^{-3}$), esto significa que el mínimo intervalo de tiempo entre sucesivas conmutaciones de llaves está en el orden de 10^2 ns. Esto es también el tiempo típico de respuesta al escalón de tensión de un amplificador MOS para llegar al 0.1% de su valor final. Por estas razones, el límite superior para f_{CK} se encuentra en el rango de los MHz.

El límite práctico inferior para f_{CK} está determinado por la resistencia de pérdida de la llave MOS cuando se encuentra abierta y de las corrientes de desajuste de entrada (bias) de los amplificadores operacionales, ambos tienden a descargar los capacitores y, por lo tanto destruir la información acumulada. A temperatura ambiente esas corrientes está en el orden de los pico amperes. Asumiendo un máximo de caída de tensión de 1mV a través de un capacitor de 10pF, por la Ecu. (6.1) $I_{pro} = \Delta Q\ f_{CK}$, se tiene:

$$f_{CK} \geq \frac{(1\,pA)}{[(10\,pF)\times(1mV)]} = 100\,Hz$$

Resumiendo, el rango típico permitido para el reloj,

$$100\,Hz < f_{CK} < 1MHz$$

Otra importante limitación de los filtros CC es la degradación de sus parámetros en el dominio de tiempo discreto, más que en tiempo continuo. Esto se evidencia en la Fig. 6.4, que muestra formas de las ondas de entrada y salida del integrador no inversor de la Fig. 6.3b. El eje del tiempo ha sido dividido en iguales intervalos de acuerdo al periodo de reloj T_{CK}. Se observa que los pulsos cargan a C1 al potencial de Vi, mientras que los pulsos $\overline{\varphi}$ tiran la carga acumulada en C1 a la salida de C2, causando un incremento en V_0. Debido a que la resistencia de la llave no es cero este incremento es gradual. Denotando con n un periodo arbitrario de reloj, se tiene

$$V_0[nT_{CK}] = V_0[(n-1)T_{CK}] + \frac{\Delta Q[(n-1)T_{CK}]}{C_2} \tag{6.7}$$

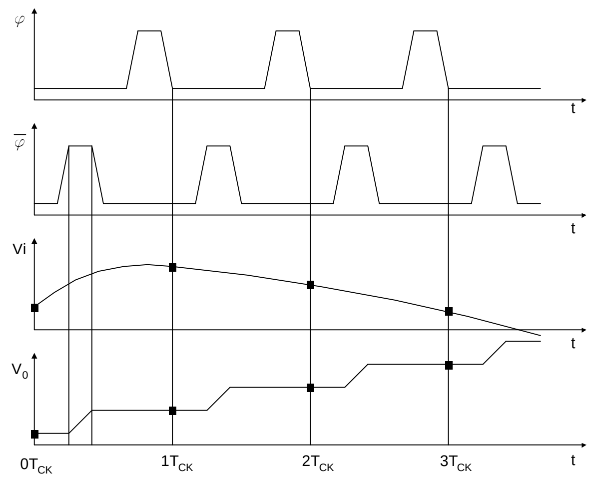


Figura 6.4. Ondas de forma para el integrador CC no inversor

donde $\Delta Q[(n-1)T_{CK}] = C_1 V_1[(n-1)T_{CK}]$ representa la carga acumulada en C1 durante el tiempo previo al pulso de ϕ, por lo que:

$$V_0[nT_{CK}] = V_0[(n-1)T_{CK}] + V_i\frac{C_1}{C_2}[(n-1)T_{CK}] \tag{6.8}$$

Esta ecuación representa la secuencia en tiempo discreto relativa a la entrada-salida del integrador no inversor CC que en la Fig. 6.5 ha sido enfatizada con puntos. Como es sabido, por propiedades de la transformada de Fourier, una demora en el dominio del tiempo equivale a multiplicar por $\exp(-jwT_{CK})$ en el dominio de la frecuencia. Aplicando la transformada de Fourier a ambos lados de la Ecu. (6.8), se tiene,

$$V_0(jw) = V_0(jw)e^{-jwT_{CK}} + \frac{C_1}{C_2}V_i(jw)e^{-jwT_{CK}} \tag{6.9}$$

Por la Ecu. (6.8) y resolviendo para obtener la relación $H(jw) = V_0(jw)/V_i(jw)$,

$$V_0(jw) = V_0(jw)e^{-jwT_{CK}} + w_0\, T_{CK}\, V_i(jw)e^{-jwT_{CK}}$$

usando la identidad de Euler $sen\,\alpha = (e^{\alpha} - e^{-\alpha})/2j$ y $w_{CK} = 2\pi/T_{CK} = 2\pi\, f_{CK}$,

$$\frac{V_0(jw)}{V_i(jw)} = \frac{w_0\, T_{CK}\, e^{-jwT_{CK}}}{\left[1 - e^{-jwT_{CK}}\right]}$$

se obtiene la función de transferencia exacta del integrador CC no inversor,

$$H(jw) = \frac{1}{\frac{jw}{w_0}} \frac{\frac{\pi w}{w_{CK}}}{sen\frac{\pi w}{w_{CK}}} e^{jwt_{CK}} \tag{6.10}$$

Se observa que para $w/w_{CK} \to 0$ se obtiene la función de transferencia de un integrador ideal, esto es, $H(jw) = 1/(w/w_0)$, confirmando que cuanto mayor sea $w_{CK} >> w$, el proceso CC puede ser considerado como un proceso de tiempo continuo. Escribiendo:

$$H(jw) = \left[\frac{1}{\frac{jw}{w}}\right] \times \varepsilon_n \times e^{-j\varepsilon_{\varphi}}$$

indica que en general, el proceso CC introduce un error,

$$\begin{aligned} \varepsilon_m &= \frac{\frac{\pi w}{w_{CK}}}{sen\left(\frac{\pi w}{w_{CK}}\right)}, \quad error\ de\ módulo \\ \varepsilon_p &= \left(\frac{\pi w}{w_{CK}}\right), \quad error\ de\ fase \end{aligned} \tag{6.11}$$

El efecto de este error se observa en la Fig. 6.5 para un integrador CC no inversor con $w_0 = w_{CK}/10$.

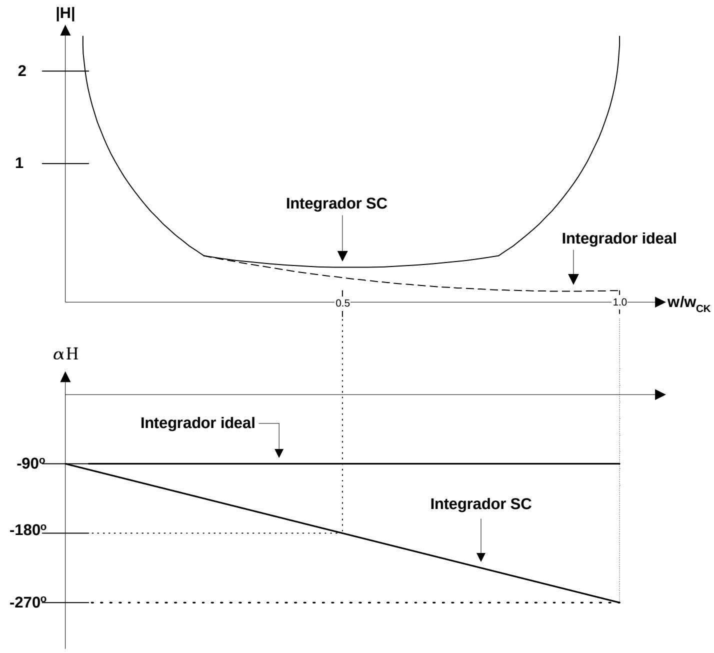


Figura 6.5. Respuestas de magnitud y fase de un integrador CC no inversor para $w_0 = w_{CK}/10$

La respuesta ideal de magnitud y fase son $|H| = 1/(w/w_0)$ y $\prec H = -90^0$. La desviación del integrador CC se incrementa con w para w = w_{CK} el error de magnitud tiende a infinito y la fase presenta polaridad inversa. Estos resultados son consistentes con el principio de muestreo. Para que no exista solapamiento, el muestreo debe realizarse a múltiplos enteros de f_{CK}.

Para w << w_{CK}, el efecto de la magnitud de error es similar al efecto de la tolerancia o desajuste en un integrador RC. Para contener este error dentro de límites tolerables, el rango de frecuencias es limitado para trabajar a frecuencias una década por debajo de w_{CK}.

El efecto de error de fase es crítico dado que puede causar incrementos en el Q o sobre inestabilidad. A continuación se mostrará una forma de compensar estos incrementos.

6.4. Filtros a Capacitor Conmutado

6.4.1. Filtros Bicuadrados

Un filtro CC integrador puede ser sintetizado reemplazando resistores de un prototipo en tiempo real por sus equivalentes CC [1]. La Fig. 6.6 muestra la implementación de un filtro CC a partir de una topología bicuadrada. Así, se tiene que para w<< w_{CK},

$$V_{LP} = \frac{-1}{j\, w/w_0} V_{BP} \tag{6.12}$$

donde $w_0 = (C_1/C_2) f_{CK}$ (según la Ecu. 6.6). El AO forma un *integrador inversor* con pérdida, cuya resistencia de realimentación equivalente, simulada por C_3 y el interruptor asociado, determina el valor de *Q.*

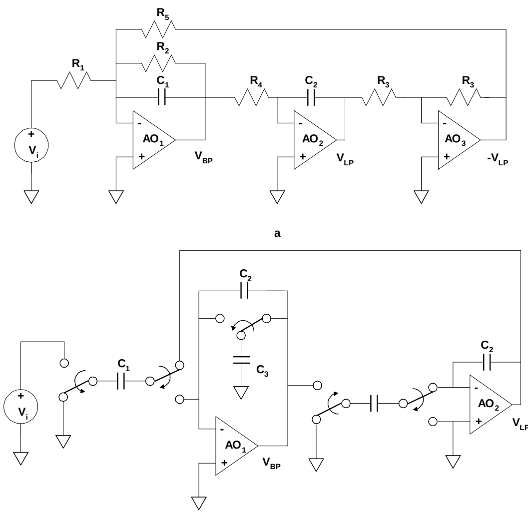


Figura 6.6. Síntesis de un filtro CC a partir de un filtro bicuadrado

Según la ecuación 4.17, esta resistencia es $R_Q = 1/C_3 f_{CK}$. Con los interruptores de entrada en la posición que se muestra, la capacitancia ubicada más a la izquierda Cl se carga a V_{LP} - *Vi.* El cambio de los interruptores hacia abajo transfiere la carga $\Delta Q = C_1(V_{LP} - V_e)$ hacia el nodo de suma de *AO* de modo que la corriente promedio correspondiente es $I_1 = C_1 f_{CK}(V_{LP} - V_e)$. Al sumar las corrientes en dicho nodo se obtiene que, para $w << w_{CK}$.

$$C_1 f_{CK}(V_{LP} - V_e) + C_3 f_{CK} V_{BP} + jwC_2 V_{BP} = 0 \tag{6.13}$$

Con la sustitución de $V_{LP} = V_{BP}/(j\,w/w_0)$ y después de agrupar queda $V_{BP}/V_e = H_{OBP} H_{BP}$. y $V_{LP}/V_e = H_{OLP} H_{LP}$ donde H_{LP} y H_{BP} son las respuestas estándar de segundo orden pasa bajos y pasa banda, y

$$Q = \frac{C_1}{C_3}, \quad w_0 = \frac{C_1}{C_2} f_{CK}, \quad H_{OBP} = Q, \quad H_{OBP} = 1 \tag{6.14}$$

Tal como se ha visto, un filtro CC puede ser sintetizado a partir del prototipo de tiempo continuo. En la parte superior de la Fig. 6.6 se tiene el prototipo analógico y en la parte inferior, una de las posibles configuraciones en CC. En el prototipo analógico, el amplificador OA_2 es un integrador inversor. En el prototipo CC, OA_2 es un integrador no inversor de bajas pérdidas razón por la cual no es necesario volver a invertir su salida (OA_3 en el prototipo analógico). Si $w << w_{CK}$,

$$V_{LP} = \frac{1}{j\,w/w_0} V_{BP} \tag{6.15}$$

donde w_0 está dada por la Ecu. (6.4). El OA_1 es un integrador inversor sin pérdidas y la resistencia equivalente CC de R_1 es C_3,

$$\mathrm{Re}\,q3 = \frac{1}{C_3 f_{CK}} \tag{6.16}$$

de donde se desprende el valor de C_3. Con la entrada de las llaves en la posición mostrada en la figura, el lado izquierdo de la capacitancia C1 se carga a $V_{LP} - V_i$. Cuando la llave conmuta hacia abajo transfiere la carga $\Delta Q = C_1(V_{LP} - V_i)$ dentro del punto de suma de $OA_{1,}$ la corriente promedio es $I_1 = C_1 f_{CK}(V_{LP} - V_i)$. Sumando las corrientes en este punto, se tiene,

$$C_1 f_{CK}(V_{LP} - V_i) + C_3 f_{CK} V_{BP} + jwC_2 V_{BP} = 0 \tag{6.17}$$

Ejemplo 6.1
Si en el circuito de la figura 6.6 se supone que fcK = 100kHz, especifique las capacitancias apropiadas para una respuesta Butterworth pasa bajos. con f_o = 1kHz y capacitancia total de 100pF o menos.

Desarrollo.
Se tiene que:

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{f_{CK}}{2\pi\, f_0} = 15.9\,pF$$

$$\frac{C_3}{C} = \frac{1}{Q} = \sqrt{2}$$

eligiendo $C_1 = 1pF$, $C_2 = 15.9\,pF\;\; y\; C_3 = 1.41pF$

6.5. Topologías básicas de filtros a Capacitor conmutado

Existen seis caminos diferentes para construir un filtro basado en la técnica del CC [2]:

Paralelo
Serie
Paralelo y serie
Bilinar
Transferencia negativa
Transferencia positiva
En la configuración paralelo, el Cs esta en paralelo con C sobre la salida y, las dimensiones del resistor equivalente es calculada de acuerdo a la Ecu. (6.2)

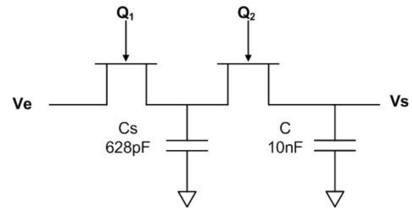


Figura 6.7. Configuración paralelo

En configuración serie (Fig. 6.8) Cs está en serie entre la compuerta del MOSFET 1 y la fuente, la ecuación que determina el tamaño de la resistencia es la misma que para el caso paralelo.

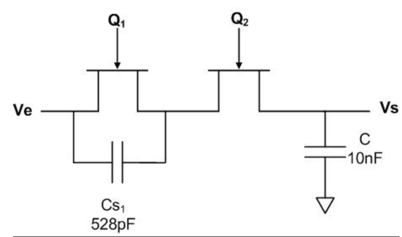


Figura 6.8. Configuración serie

En la configuración paralelo-serie (Fig. 6.9) hay un capacitor en serie (C_{S1}) y uno en paralelo (C_{S2}), ambos capacitores generan el resistor equivalente.

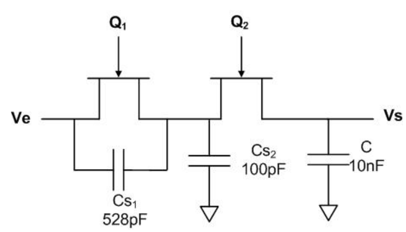


Figura 6.9. Configuración paralelo y serie

La ecuación para determinar el resistor equivalente, es inmediata:

$$R = \frac{1}{(C_{S1} + C_{S2})\, f_S} \tag{6.18}$$

El caso bilinar (Fig. 6.10) Cs está conectado entre los cuatro MOSFET, lo que significa que siempre habrá dos MOSFET en ON al mismo tiempo, (A, D) y (B, C). En este caso:

$$R = \frac{1}{4C_S\; f_S} \tag{6.19}$$

En el caso de transferencia negativa, la realización de la configuración también usa cuatro MOSFET y el Cs está ubicado en serie (Fig. 6.10). Cuando Q1 está en 1 Cs se está cargando y cuando Q2 está en 1 Cs se descarga. Para el cómputo de Cs se utiliza la ecuación (6.8).

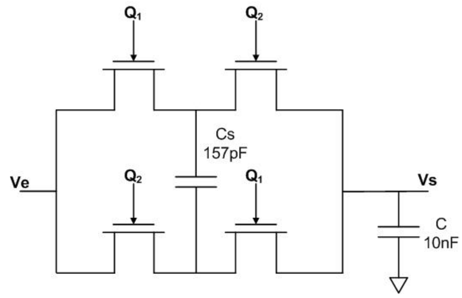


Figura 6.10. Configuración Bilinear

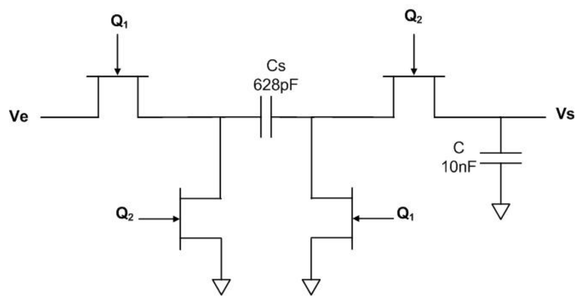


Figura 6.11. Configuración transferencia negativa

La configuración transferencia positiva (Fig. 6,12) es similar a la negativa, la diferencia se encuentra en que cuando Q2 está en 1 Cs transfiere la corriente desde la entrada sobre el capacitor a la salida,. Cuando Q1 está en 1 Cs se conecta a masa y se descarga. En este caso, la expresión para Cs es la Ecu. (6.8).

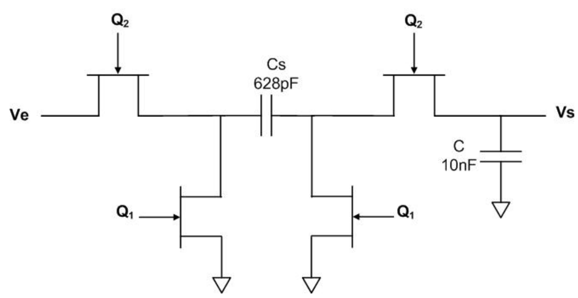


Figura 6.12. Configuración transferencia positiva

6.5. Realización de Filtros de capacitor conmutado

6.5.1. Topología paralelo

Para realizar un filtro pasa bajos de capacitor conmutado partimos del prototipo de filtro pasa bajos pasivo, tal como se muestra en la Fig. 6.12. La frecuencia de corte está dada por:

$$f_C = \frac{1}{2\pi RC} \tag{6.20}$$

Adoptamos una frecuencia de corte de 10kHz y un capacitor C de 10nF. Despejando R:

$$R = \frac{1}{2\pi\, f_C C} = \frac{1}{2\pi 10k\, 10n} = 1{,}592 K\Omega$$

Para calcular el valor de Cs en el filtro de CC, primero debemos adoptar la frecuencia de muestreo fs, tal que $f_S >> f_C$. Una relación de 50 a 100 veces es una buena elección. Si en la expresión (6.20) reemplazamos R por su equivalente según la (6.2):

$$f_C = \frac{C_S\, f_S}{2\pi C} \tag{6.21}$$

Adoptando fS = 100*fC, despejamos y obtenemos el valor del capacitor C_S:

$$C_S = \frac{2\pi C\, f_C}{f_S} \tag{6.22}$$

$C_S = \frac{2\pi C\, f_C}{f_S} = \frac{2\pi 10^4 \cdot 10^{-8}}{10^6} = 628.3 pF$. Verificamos el valor de R:

$$R = \frac{1}{f_S C_S} = \frac{1}{10^6 \cdot 628.3 \cdot 10^{-12}} = 1{,}592 K\Omega$$

El circuito de simulación se observa en la Fig. 6.13 y en la Fig. 6.14 están graficadas simultáneamente la respuesta del filtro pasivo y del capacitor conmutado. Los generadores de pulsos V1 y V2 (Fig. 6.13) han sido configurados como se detalla en la tabla 6.1.

Parámetros	**V1**	**V2**
Tipo de onda	Pulso	Pulso
Periodo	1us	1us
Ancho	500ns	500ns
Rise time	0	0
Fal time	0	0
Delay	0	500ns
Damping	0	0
Frecuencia	1MHz	1MHz
Duty cicle%	50	50
Amplitud	+5	+5

Tabla 6.1. Parámetros de simulación de las fuentes de pulsos V1 y V2

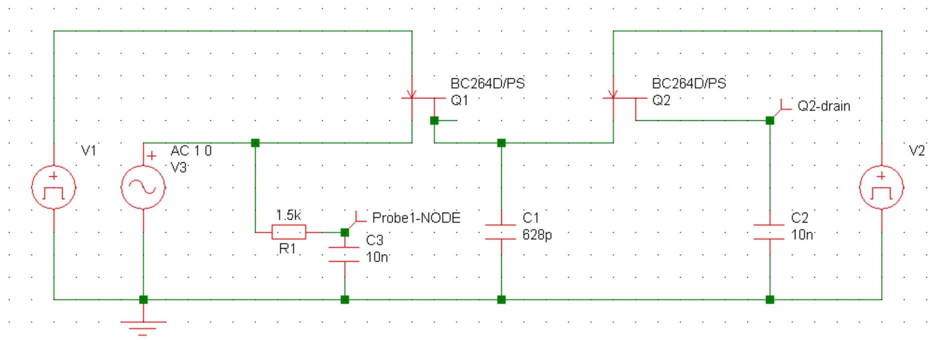


Figura 6.13. Filtro pasa bajos de primer orden y filtro con capacitor conmutado



Figura 6.14. Resultado de la simulación topología paralelo. Filtro pasa bajos de primer orden, línea a trazos. Filtro con capacitor conmutado, línea continua.

6.5.2. Topología Serie

En la configuración serie (Fig. 6.15), el capacitor C_1 es conectado entre la fuente y drenaje del MOSFET J1. La ecuación para determinar el tamaño del resistor equivalente es la misma que para el caso paralelo (1.592kΩ) y el valor de C_1 se calcula con la ecuación (6.22). La respuesta del filtro no es ideal debido a que el modelo de simulación del MOSFET no es real. El resultado de la simulación se muestra en la Fig. 6.16.

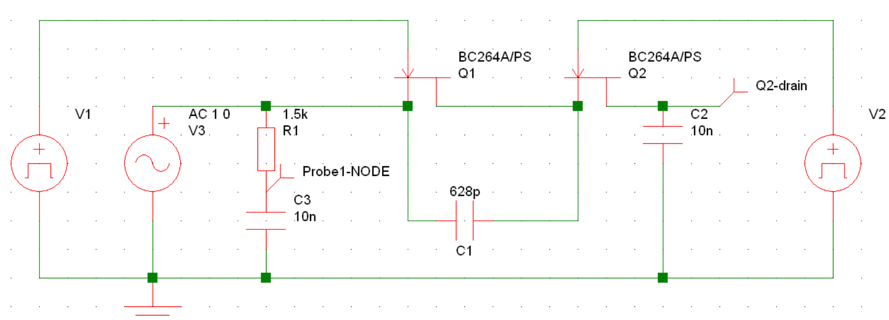


Figura 6.15. Simulación configuración serie

6.5.3. Topología Paralelo Serie

Los valores de C_1 y C_2, se calculan usando la ecuación 5.11. Pueden ser de cualquier medida tan grande como el valor final que produce un capacitor de valor total de 628.3pF.

En este caso, como muestra la Fig. 6.17: C_1 = 528pF and C_2 = 100pF. In figure 5.19 C_1 = 100pF and C_2 = 528pF. In figure 5.20 C_1 = 314pF and C_2 = 314pF.

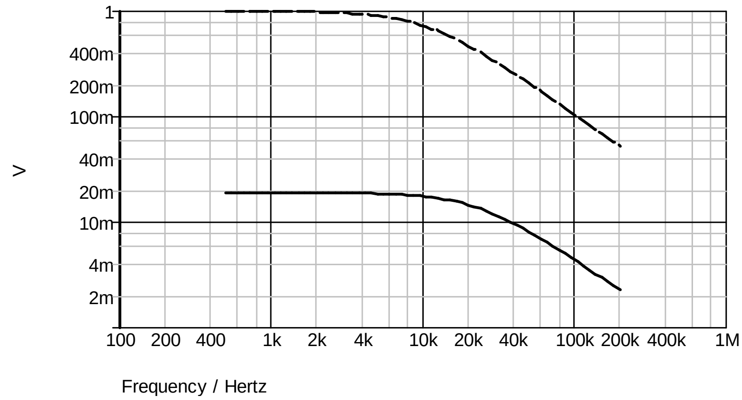


Figura 6.16.Resultado simulación topología serie. Filtro pasa bajos de primer orden, línea a trazos. Filtro con capacitor conmutado, línea continua.

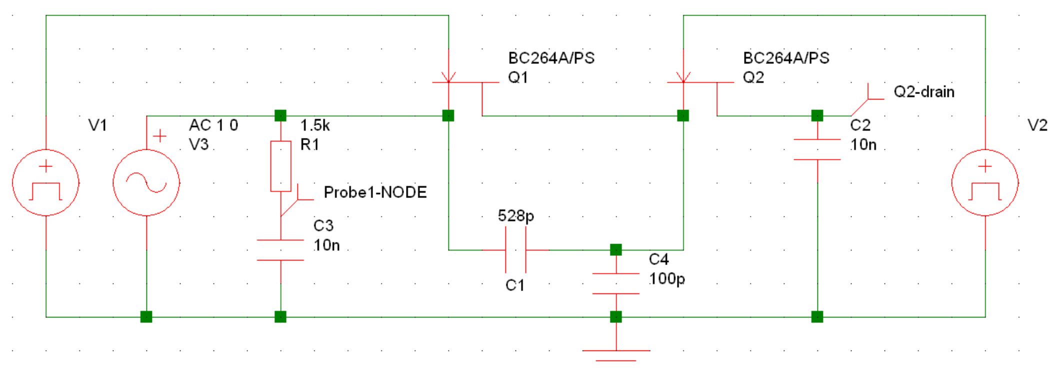


Figura 6.17. Topología paralelo-serie

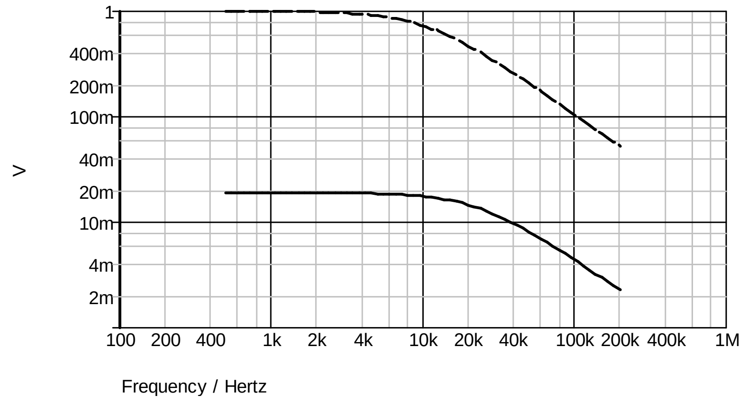


Figura 6.18. Resultado de la simulación topología paralelo-serie. Filtro pasa bajos de primer orden, línea a trazos. Filtro con capacitor conmutado, línea continua.

6.5.4. Topología Bilinear

Como ya se explicó más arriba, en esta topología siempre hay dos MOSFETs conduciendo (ON) al mismo tiempo(Q1, Q4) y (Q2,·Q3) logrando eliminar el efecto de capacitores parásitos en el circuito. Usando la Ecu. (6.2) se determina el valor del resistor equivalente que en este caso es el mismo que en la topología paralelo (1.592kΩ) y con C_2 de 10nF. Con estos valores el punto de -3dB debería estar en 10kHz, tal como se observa en la Fig. 6.20.

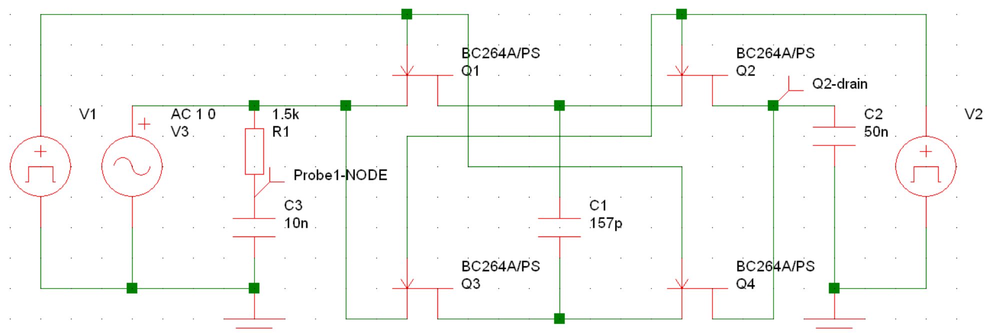


Figura 6.19. Circuito de simulación, topología Bilinear



Figura 6.20. Resultado simulación topología Bilinear. Filtro pasa bajos de primer orden, línea a trazos. Filtro con capacitor conmutado, línea continua.

6.5.5. Topología Transferencia Negativa

En esta configuración (Fig. 6.21), cuando Q1 está en “1” C_1 se carga y cuando Q2 está en “1” se descarga C_1 da de alta a C_2, la ecuación para determinar C_1 es la misma que para el caso paralelo. Con esta topología no puede implementarse un filtro pasa bajos, siendo usada para generar filtros pasa banda. Con los valores de componentes usados, el punto de -3dB intercepta a las frecuencias de 9.5kHz y 54kHz, como se observa en la Fig. 6.22.

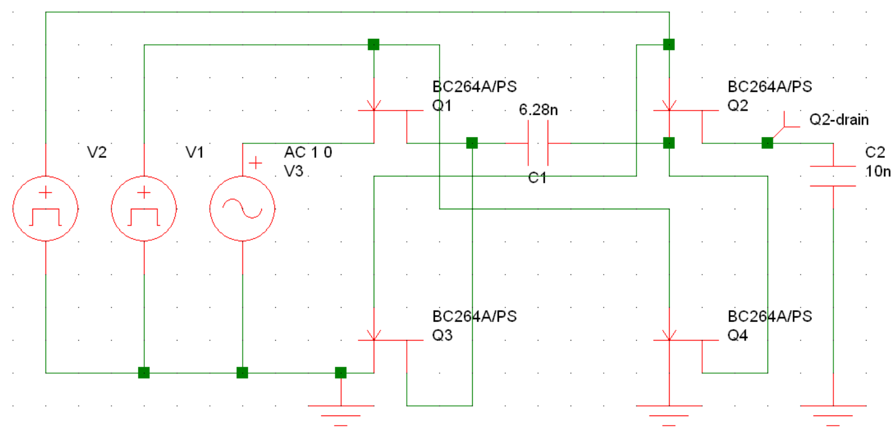


Figura 6.21. Circuito de simulación topología Transresistencia negativa

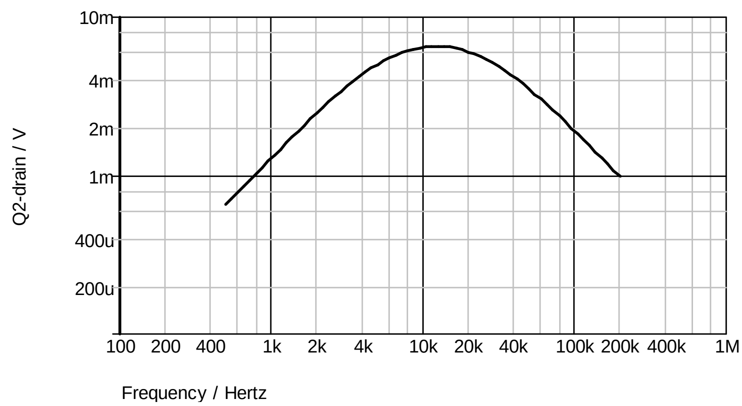


Figura 6.22. Resultado simulación topología transresistencia negativa

6.5.6. Topología Transresistencia Positiva

En este caso (Fig. 6.23), cuando V1 está en "1" C_1 está siendo descargado y cuando V2 se encuentra en "1" C_1 transfiere la señal a C_2.

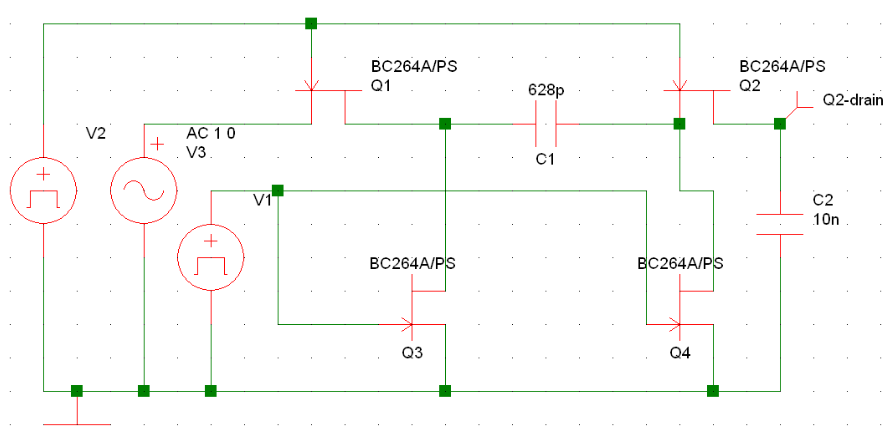


Figura 6.23. Circuito de simulación topología Transresistencia positiva

La ecuación para C_1 es la misma que para el caso de resistencia negativa, siendo la respuesta del filtro también pasa banda, obteniendo un resultado similar (Fig. 6.24).

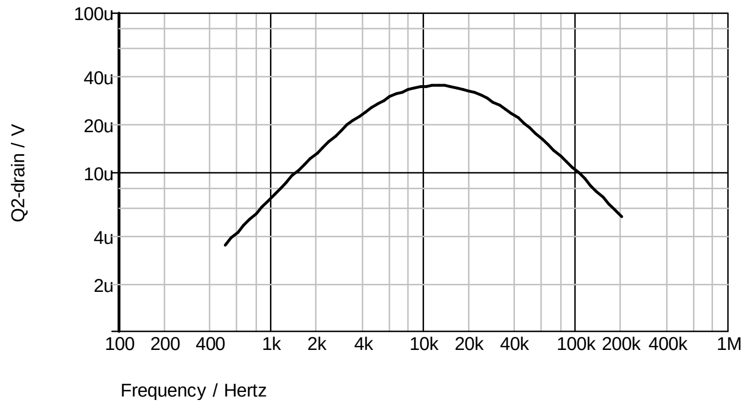


Figura 6.24. Resultado simulación topología transresistencia positiva

6.6. Filtros de capacitor conmutado a base de circuitos integrados

La firma National puso en el mercado en diciembre de 1994 el CI denominado MF10 Doble Filtro de Capacitor Conmutado (Dual Switched Capacitor Filter) [2] y en julio de 1996 lanzó una versión mejorada: el LMF100 “Doble Filtro de Capacitor Conmutado de Alto Rendimiento” (High Performance Dual Switched Capacitor Filter). [3]. La mejora consistió entre otras, la de incrementar el rango superior de las señales a procesar, pasando de los 30kHz a 100kHz. Ambos CI consisten de dos etapas iguales e independientes de propósito general de dos integradores, cada una con un amplificador para ajustar ganancia y facilitar la adaptación de impedancias necesaria para la conexión en cascada. Cada etapa tiene 3 salidas, una puede ser configurada para realizar funciones pasa todo, pasa altos o suprime banda. Las otras dos salidas pueden generar funciones pasa bajos y pasa banda. La frecuencia central de cada etapa se sintoniza usando un reloj externo o una combinación de un reloj y una resistencia. Filtros de orden superior a 4 pueden construirse conectando en cascada varios CI y pueden diseñarse filtros a partir de las funciones clásicas de aproximación (Butterworth, Bessel, Elípticos y Chebyshev). Cada etapa puede ser configurada de forma independiente como filtro pasa bajos, pasa alto, pasa banda, suprime banda y pasa todo por medio de resistores externos, de forma tal, que los parámetros del filtro son dependientes de la relación entre resistores y no de sus valores absolutos, logrando independencia de sus variaciones. La estructura del LMF100 está basada en la topología de filtros de estado variable y en la Fig. 6.25 se muestra esquema simplificado (sólo una sección). Los integradores están realizados con amplificadores no inversores, cuya función de transferencia está dada por:

$$H(jf) = \frac{1}{jf / f_1} \tag{6.23}$$

donde f_1 es la ganancia de integración unitaria, y

$$f_1 = \frac{f_{CK}}{100} \; o \; \frac{f_{CK}}{50}$$

dependiendo de la tensión aplicada al terminal de programación de relación de frecuencia (50/100/CL), terminal a masa o a Vcc, respectivamente.

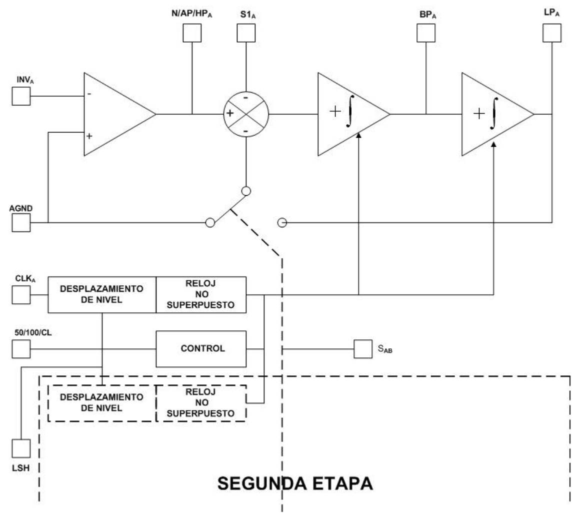


Figura 6.25. Diagrama en bloques simplificado de la primera etapa del LMF100

En general, la característica de frecuencia fo de una sección coincide con la frecuencia de ganancia unitaria fi de sus integradores. Sin embargo, conectando un resistor externo entre los terminales LP y INV se puede desplazar fo fuera de f1 por una cantidad controlada por un resistor externo. Esta pasibilidad es útil en diseños en cascada, donde la frecuencia de resonancia de cada etapa debe ser fijada independientemente mientras todas las secciones son controladas por la misma frecuencia del reloj f_{CK}.

Para mayor flexibilidad, se tiene a disposición una llave interna de programación, cuya posición es programable por el usuario por medio del terminal de control SAB. Conectando este terminal a Vcc (o VEE). Mientras los integradores proveen respuestas pasa banda y pasa bajos, la entrada del amplificador puede ser dispuesta para obtener respuestas pasa altos, suprime banda y pasa todo, dependiendo de un resistor externo y de la posición de la llave.

El listado, posición de los terminales y su función son las siguientes:

- LP (1,20), BP (2,19), N/AP/HP (3,18): Pasa bajos de 2do orden, pasa banda y salidas suprime banda/pasa todo/pasa alto.
- INV (4,14): Entrada inversora, punto de suma del amplificador operacional. Son entradas de alta impedancia. La entrada no inversora está conectada a la masa analógica en el interior del CI. Por esta razón el AO puede ser usado sólo como amplificador inversor.
- $S_{A/B}$ (6): Activa una llave que conecta una de las entradas de cada filtro a AGND. Esto ofrece la flexibilidad necesaria para configurar el filtro en sus distintos modos de operación.
- V_A+ (7): Entrada de alimentación positiva para las partes analógicas y digitales. Un capacitor de desacolple de $0.1uF$ a masa es una buena práctica.
- V_D (8): Entrada que debe ser conectada a V+, excepto cuando el dispositivo opera con una sola fuente de +5 Volt y se aplica al dispositivo una señal de reloj con nivel TTL.

- S1 (5,16): Es el terminal de señal de entrada usado en los modos 1b, 4 y 5. La impedancia de entrada es $1/f_{CLK}\, x1pF$. Esta entrada debería ser conectada a una fuente de impedancia menor de $1K\Omega$. Si no se conectara señal, este terminal debería ser puesto a AGND.
- V_A - (14), V_D - (13): Entradas de alimentación negativa para las partes analógicas y digitales. Un capacitor de desacople de $0.1uF$ a masa es una buena práctica.
- Lsh (9): Terminal de desplazamiento de nivel. Se usa para acomodar diferentes niveles de reloj para alimentación simple o doble.
- CLK (10,11): Entrada del reloj para las dos llaves de las dos secciones del filtro conmutado.
- 50/100 (12): Cuando este terminal es conectado a V+ una relación de frecuencia central del filtro de 50:1 es obtenida. Cuando es conectado al punto medio de la fuente de alimentación o a V-, el filtro opera con una relación de 100:1.
- AGND (15): Terminal de masa analógica.

6.6.1. Modos de Operación

Como comentamos, este sistema puede ser configurado para una importante variedad de modos. Cada sección puede configurarse de acuerdo a la aplicación específica. Los que siguen son algunos de los más significativos; hay otros que pueden encontrarse en las tablas de datos y notas de aplicación. [2]. En la Tabla 6-1 se encuentra el resumen de los modos de operación [2].

De la Tabla 6.2, puede extraerse la siguiente información:

Modo 1: *Suprime banda, pasa bajos y pasa banda*

- 1a. . Pasa bajos y pasa banda no inversor. Puede necesitar buffer de entrada. Pobre respuesta para Q>.
- 1b. Bueno para aplicaciones de alta frecuencia.

Modo 2: *Pasa banda, suprime banda y pasa bajos.*

Modo 3: Pasa panda, pasa altos y pasa bajos. Filtro de estado universal. Mejor modo.

- 3a. Pasa altos, pasa bajos, pasa banda y suprime banda con amplificador operacional externo. Como arriba, pero también incluye resistor variable para ajuste.

Modo 4: Pasa todo, pasa banda y pasa bajos. Da respuesta pasa todo con H_{OAP}=-1 y H_{OLP}=-2.

Modo 5: Pasa banda, y pasa bajos con respuesta más plana que el anterior si R_1=R_2=0,02R_4. El numerador presenta ceros complejos.

Modo 6: 6a Pasa bajos y pasa altos de polo simple.

- 6b.Pasa bajos de polo simple, salidas inversora y no inversora.
- 6c Pasa todo y pasa bajos de polo simple.

Modo 7: Integrador sumador con constante de tiempo ajustable mediante la incorporación de un resistor externo.

MODO	BP	LP	HP	N	AP	NR	fck/fo
1	*	*		*		3	No
1a	$H_{OBP1} = -Q$ $H_{OBP2} = +1$	$H_{OBL1} = +1$				*	No
1b	*	*		*		*	No
2	*	*		*		3	Si, para fo=50 o 100
3	*	*	*			4	Si
3a	*	*	*	*		7	Si
4	*	*			*	3	No
5	*	*			*	4	Si
6a		*	*			3	Si
6b		H_{OLP1} = +1 H_{OLP2} = -R3/R2 $H_{OLP1} = +1$ $H_{OLP2} = -R_3/R_2$				2	Si
6c		*			*	3	No
7						2	Si

Tabla 6.2. Modos de trabajo del LMF100

A continuación se mostrará la programación de algunas de ellas.

6.6.1.1- Programación Modo 1

En la fig. 6.26 se muestra el esquema de conexión para programación en Modo 1: respuestas pasa banda, suprime banda y pasa bajos.

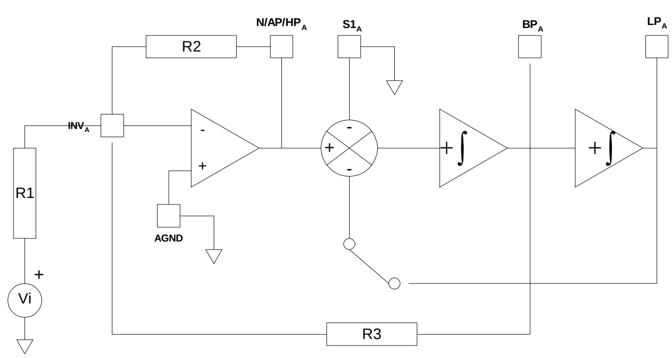


Figura 6.26. Programación Modo 1

Asumiendo que f << f_{CK}, se tiene:

$$V_N = -\frac{R_2}{R_1}V_i - \frac{R_2}{R_3}V_{BP}$$
$$V_{BP} = \frac{V_N - V_{LP}}{jf/f_1}$$
$$V_{LP} = \frac{V_{BP}}{jf/f_1}$$

Eliminando V_{LP} y V_{BP} manteniendo

$$\frac{V_N}{V_i} = H_{ON}\ H_N$$
$$\frac{V_{BP}}{V_i} = H_{OBP}\ H_{BP}$$
$$\frac{V_{LP}}{V_i} = H_{OLP}\ H_{LP}$$

donde el subíndice “0” está indicando ganancia en la banda de paso y los demás, la ganancia de la respuesta en frecuencia. Operando se llega a las siguientes expresiones de diseño,

$$f_0 = f_1$$
$$Q = \frac{R_3}{R_2}$$
$$H_{ON} = H_{0LP} = -\frac{R_2}{R_1} \tag{6.18}$$
$$H_{0BP} = -\frac{R_3}{R_1}$$

Ejemplo 6.2
Programar en modo 1 una sección LMF100 pasa banda con fo = 1kHz, bW = 50Hz y H_{OBP} = 20dB.
Desarrollo
Los datos de partida son el bW y fo ya que determinan el Q necesario que está relacionado con R_2 y R_3 a partir de las expresiones (6.18):

$$Q = \frac{f_o}{bW} = \frac{10^3}{50} = 20 = \frac{R_3}{R_2}$$

Como se trata de un filtro pasa banda, la ganancia está determinada por (Ecu. 6.18),

$$H_{0BP} = -\frac{R_3}{R_1} = 20dB$$

por lo tanto,

$$\left|H_{0BP}\right| = 10^{\frac{20}{20}} = 10$$

Se tiene la siguiente relación de resistencias:

$$Q = 20 = \frac{R_3}{R_2}$$

$$\left|H_{OBP}\right| = 10 = \frac{R_3}{R_1}$$

Despejando de la expresión del Q R_3 y reemplazando en el módulo de la ganancia, se tiene:

$$\frac{R_1}{R_2} = 2$$

Para que las resistencias queden dentro de los valores comerciales del 5%, adoptamos:

$$R_1 = 27K\Omega, \quad obteniendo\, R_2 = 56K\Omega \ y \ R_3 = 270K\Omega$$

Finalmente, como siempre conviene trabajar con la mayor frecuencia de muestreo, elegimos $f_{CK} = 100KHz$, debiendo conectar el terminal 50/100/CL a masa.

6.6.1.2- Conexión en cascada

Hasta el momento hemos trabajado con una sola etapa. A continuación explotaremos las posibilidades del LMF100 para diseñar filtros de 4to orden, conectando en cascada las dos etapas. A fin de simplificar la exposición usaremos el ejemplo que el fabricante cita en la página 22 de su hoja de datos [3].

Ejemplo 6.3

Diseñar, usando un LMF100 un filtro pasa bajos Chebyshev de 4to orden que cumpla con las siguientes especificaciones:

Riple máximo de 1dB, ganancia de dc unitaria y frecuencia de corte de 1kHz.

Desarrollo

En primer lugar, de la tabla de la aproximación Chebyshev para ε = 1 (α = -1dB): y n =4, obtenemos el conjunto de los polos:

$$(-0.1395 \pm j0.9833) \cdot f_c$$

$$(-0.336 \pm j0.4073) \cdot f_c$$

Procediendo de forma similar al ejemplo 5.3, determinamos las frecuencias normalizadas y los Q de cada etapa:

$$f_{01} = \sqrt{S_{r1}^2 + S_{i1}^2} = \sqrt{(0.1395)^2 + (0.9833)^2} = 0.993$$

$$Q1 = \frac{f_{01}}{2\,Sr_1} = \frac{0.993}{2 \cdot 0.1395} = 3.55$$

Repitiendo el mismo procedimiento para el otro para de polos:

$$f_{01} = \sqrt{S_{r2}^2 + S_{i2}^2} = \sqrt{(0.336)^2 + (0.4073)^2} = 0.5274$$

$$Q2 = \frac{f_{o1}}{2\,Sr_2} = \frac{0.5274}{2 \cdot 0.336} = 0.78$$

Des normalizando las frecuencias, se tiene,

$$f_{01} = 993Hz \quad Q1 = 3.55$$
$$f_{02} = 529Hz \quad Q2 = 0.78$$

Aclaración:
En la hoja de datos del fabricante, están invertidos la posición de los polos, por lo tanto, fo1 es nuestra fo2 y viceversa. Esto no ocasiona ningún problema, sin embargo, para arribar a los mismos componentes de cada etapa, conmutaremos las frecuencias y los Q, es decir:

$$f_{01} = 529Hz \quad Q1 = 0.78$$
$$f_{02} = 993Hz \quad Q2 = 3.55$$

Estrictamente hablando, el fabricante ha tenido en cuenta:

En la mayoría de los diseños de filtros que involucran múltiples etapas de 2do orden, la mejor opción es colocar las etapas con valores de Q bajos por delante de las etapas de mayor Q, especialmente cuando el Q>0.707.Esto es debido a que en el caso de altas ganancias con alto Q pueden causar inestabilidad del filtro. Poner una etapa de menor Q antes de una de mayor, proporcionará alguna atenuación en la frecuencia central y por lo tanto ayuda a evitar la saturación cerca de esta frecuencia. Para este diseño, la primera etapa tiene menos Q (0.785) por lo que se coloca adelante de la segunda.

De las especificaciones, para ganancia unitaria de dc, se tiene:

$$H_{0A} = 1$$
$$H_{0B} = 1$$

donde los subíndices A y B están indicando las etapas del filtro.

La relación deseada reloj-frecuencia de corte para todo el filtro es 100 y un reloj de 100 kHz está disponible. Se debe notar que las frecuencias de corte requeridas para las dos secciones de 2do orden, no se obtienen con la relación de reloj de 50 o 100. Deberán

obtenerse ajustando la relación f_{CLK}/f_0 externamente. Del análisis de los Modos de funcionamiento del LMF100, podemos ver que el Modo 3 puede ser usado para producir un filtro pasa bajos con frecuencia de corte ajustable mediante un resistor. En la Fig. 6.26 se muestra el circuito de una sección modo 3 a utilizar. El diseño consistirá en calcular las resistencias R1 a R4

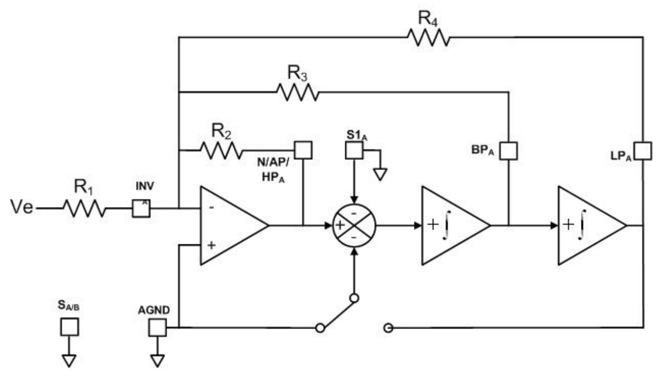


Figura 6.26. Circuito del LMF100 en modo3

A continuación describiremos la forma de realizar el cálculo, para ello usaremos un circuito simplificado de la sección eliminado la llave y el mezclador como se observa en la Fig. 6.10. Es fácil darse cuenta que se trata de la estructura de un filtro de estructura variable (Fig. 4.56), pues, se tiene simultáneamente salidas pasa banda, pasa altos y pasa bajos.

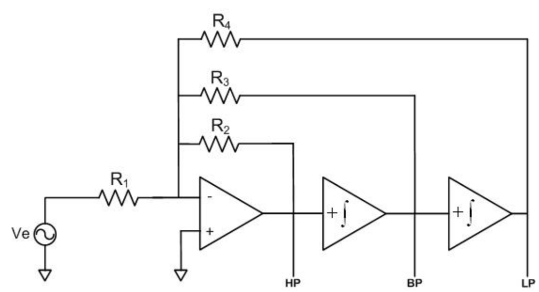


Figura 6.27. LMF100 en modo 3 como filtro de variable de estado

La hoja de datos del LMF100 [2] en la página 15 resume las ecuaciones del diseño:

$$f_0 = \frac{f_{CLK}}{100} \cdot \sqrt{\frac{R_2}{R_4}} \; o \; \frac{f_{CLK}}{50} \cdot \sqrt{\frac{R_2}{R_4}} \qquad a$$

$$Q = \sqrt{\frac{R_2}{R_4}} \cdot \frac{R_3}{R_2} \qquad b \qquad (6.19)$$

$$H_{OLP} = -\frac{R_4}{R_1} \qquad c$$

Para la primera sección:

Eligiendo valores de resistencias comerciales al 1%. Como la ganancia pedida es unitaria, adoptando R_{1A} = 20K, de la expresión (6.19c), tenemos que:

$$R_{4A} = H_{OLP} \cdot R_{1A} = 1 \cdot 20K\Omega = 20K\Omega$$

De (6.19a) despejamos R_2 y teniendo en cuenta que la relación de frecuencias usada es de 100:1, obtenemos:

$$R_{2A} = R_{4A} \cdot \left(\frac{f_0}{\frac{f_{CLK}}{100}} \right)^2 = 20K\Omega \left(\frac{529}{1000} \right)^2 = 5.6K\Omega$$

Finalmente, de (6.19b) despegamos R_{3A}:

$$R_{3A} = Q_A \cdot \sqrt{R_{2A} R_{4A}} = 0.785\sqrt{5.6 \cdot 10^3 \cdot 20 \cdot 10^3} = 8.3K\Omega$$

Resumiendo:

$$R_{1A} = R_{4A} = 20K\Omega$$
$$R_{2A} = 6.8K\Omega$$
$$R_{3A} = 8.3K\Omega$$

Repitiendo el procedimiento para la segunda sección a partir de $f_{02} = 993Hz \quad Q2 = 3.55$, obtenemos:

$$R_{1B} = R_{4B} = 20K\Omega$$
$$R_{2B} = 19.7K\Omega$$
$$R_{3B} = 70.6K\Omega$$

En la página 22 de la hoja de datos [3] se tiene el circuito final del filtro. Como siempre, se recomienda usar capacitores para desacoplar las fuentes de alimentación. Para sintetizar filtros pasa altos, pasa banda y suprime banda se procede de forma similar.

6.6. Conclusiones

A lo largo del capítulo estudiamos las bases de filtros analógicos basados en la técnica del capacitor conmutado. Hemos visto que todas las estructuras de filtros de primer y segundo orden pueden ser convertidos en filtros de capacitor conmutado. Esto también es válido para estructuras más complejas como de estructura variable y bicuadrados, analizados en capítulos anteriores.

Estos filtros presentan las desventajas de necesitar una señal de reloj y por lo tanto, son fuertemente dependientes de la máxima frecuencia de trabajo de éste, limitando la frecuencia de la señal a procesar ya que, en general, deben ser inferiores a los 100Khz. Esta limitación se torna muy restrictiva en algunas áreas de la electrónica.

Las mayores ventajas, radican en la baja dispersión de sus componentes pues están compuestos de capacitores tipo MOSFET, produciendo constantes de tiempo que dependen de relación de capacidades en lugar de los productos R-C. Debido a que las

resistencias son reemplazadas por capacitores que presentan además de bajos valores de capacidad, factores de estabilidad superiores a los filtros integrados clásicos.

Obviamente, dada la complejidad circuital, estos filtros no pueden ser construidos en forma discreta, razón por la cual algunas firmas de CI han comercializado filtros de este tipo.

Firmas como National Semiconductor, y Maxim [5, 6] entre otras, ponen al servicio del diseñador analógico, diferentes modelos de filtros de capacitor conmutado. Aún más, existen microprocesadores especializados con los que pueden programarse todas las topologías de filtros universales [7].

El lector que desee investigar más profundamente sobre las topologías básicas de filtros a CC (apartado 6.5), puede consultar la Referencia [2]. En ella encontrará ejemplos completos de diseño y simulación con Pspice.

La optimización de los filtros de capacitor conmutado ha dado origen a una nueva tecnología analógica que se denomina FPAA, tema que se abordará en el próximo capítulo.

6.7. Problemas propuestos

6.7.1. Diseñe, usando un LMF100, un filtro Chebyshev pasa bajos de cuarto orden con frecuencia de corte $f_C = 2KHz$, 1 dB de rizado y 0dB de ganancia de dc.

6.7.2. Suponiendo que $f_{CK} = 250KHz$ en el circuito de la Fig 6.6, especifique las capacitancias para una respuesta pasa banda con $f_0 = 2KHz$ y $bW = 1KHz$.

6.7.3. Repita el problema anterior, para un $bW = 100Hz$.

6.7.4. Comente sobre la dispersión de la capacitancia como función de Q

6.7.5. Obtenga las ecuaciones 6.19.

6.7.6. Suponga que $f_{CK} = 200KHz$, especifique las capacitancias en el circuito de la figura 6.6 para $f_0 = 1KHz$, $bW = 1KHz$ y un Q de 10.

6.7.7. Repita el problema anterior para un Q de 100.

6.7.8. Por medio de dos LMF100, diseñe un filtro Chebyshev pasa alto de octavo orden con un rizado de $0.1dB$, con $f_C = 500Hz$ y ganancia en alta frecuencia de 0dB.

6.7.9. Se desea construir un filtro Chebyshev de cuarto orden de 1 dB con $f_0 = 1KHz$, poniendo en cascada dos secciones de segundo orden implementadas con un LM100 con f_{01}=1.0414 f_0, f_{02} = 0.9602 fo y Q1 = Q2 = 20.

6.7.10. Con los datos del problema 6.7.1 y usando un LMF100, diseñe un filtro Butterworth pasa bajos de cuarto orden con un número mínimo de componentes.

6.8. Referencias

[1] Franco. S. “Desing with Operacional Amplifiers and Analog Integrated Circuits”. McGraw-Hill. 1998.

[2]- Klaus Jørgensen. Switched capacitor filter design for mixed signal applications. Napier No. 04007824. Electronic & Communication Engineering, 1 May 2006

[3]- MF10 Universal Monolithic Dual Switched Capacitor Filter. National Semiconductor, december 1994.

[4]-.LMF 100 High Perfomance Dual Switched Capacitor Filter. National Semiconductor, january 1996.

[5]- MAX7418 - 5th-Order, Lowpass, Switched-Capacitor Filters. http://www.maximintegrated.com/en/products/analog/analog-filters/MAX7418.html

[6]- MAX7490 - Dual Universal Switched-Capacitor Filters. http://www.maximintegrated.com/en/products/analog/analog-filters/MAX7490.html

[7]- MAX260 - Microprocessor Programmable Universal Active Filters. http://www.maximintegrated.com/en/products/analog/analog-filters/MAX260.html

Capítulo VII
Arreglos Analógicos Configurables por Campos

7.1. Introducción

A la tecnología se la puede comparar con una persona que construye una escalera escalón por escalón, para pasar a un nivel posterior, primero se debe haber pasado por el anterior. Este ejemplo lo usaba en la década de los 70' la firma IBM en las propagandas de la revista "Electronic Desing". A partir de CI analógicos básicos, el primer escalón consistió en desarrollar, y fabricar, un amplificador operacional en el interior de una pastilla de silicio, tal fue el caso del uA741. A continuación, se incrementó a dos amplificadores para usos generales, ampliando las posibilidades del encapsulado. Todos hemos trabajado en algún momento con el LM747 o el LM356. Luego tuvimos a disposición cuatro amplificadores en un mismo integrado, como ejemplo de ello el LM324. La implementación de la tecnología fet dio lugar al TL061, 62 y 64. Rápidamente se comercializaron amplificadores BIMOS (entrada MOS, salida bipolar) como fue el CA3042 entre tantos otros. RCA y National pusieron a disposición de los diseñadores amplificadores de transconductancia programable como el caso del CA3060 y el LM13600, permitiendo incrementar la potencialidad del circuito. Con la aparición del AF100, AF150 y 151, National incorporó al mercado estos CI diseñados para implementar filtros de estructura variable y bicuadrados. A medida que fue pasando el tiempo las limitaciones de ganancia y ancho de banda fueron disminuyendo drásticamente. En la década de los 80´ Analog Devices lanza al mercado el AD600, específicamente diseñado para sistemas de ultrasonido para ensayos no destructivos y ecografía médica. Disponía de dos secciones amplificadoras con ganancia programable por tensión de 40dB cada una. Conectando las secciones en cascada (modo secuencial) se lograba una ganancia total de 80dB con un ancho de banda de 35MHz. Para fines de la misma década la firma Texas Instrument pone en el mercado un amplificador similar al AD600 denominado VCA 310, que podía reemplazar al AD600 en diseños de exigencia inferior a un costo sustancialmente más económico. La disponibilidad de amplificadores con ganancia programable en forma digital como el actual PGA103 de Texas Instrument, no ha sido el resultado de hechos aislados, si no por el contrario, resultados de una evolución constante. En lo que respecta a temas específicos como filtros integrados, la evolución de la tecnología permitió a partir de la teoría del capacitor conmutado, poner al servicio del diseñador analógico filtros basados en este principio, el MF10 y el LMF100 han sido ejemplos de ello.

Por otro lado, el desarrollo y la evolución de las llaves y multiplexores analógicos permitió implementar sistemas en los que fue posible elegir, por medio de un control digital, y en tiempo real, entradas y/o salidas y procesamiento analógico básico de señales de acuerdo a ciertas premisas de operación, es decir, combinar funciones analógicas por medio de software. Este fue el punto más importante para terminar de definir la nueva tecnología que dio como resultado, el hardware configurable mediante software. Basados en estas premisas, hacia finales de los 80, grupos de investigación de ciertas universidades de Canadá, Estados Unidos de Norte América y Alemania, publicaron los primeros resultados de una nueva arquitectura analógica que actualmente se ha generalizado con el nombre de FPAA. Al poco tiempo, empresas especializadas en la fabricación de CI comenzaron a poner en el mercado internacional, este tipo de tecnología.

En este capítulo exploraremos las características de circuitos integrados de nueva generación. En primer lugar, con dispositivos basados en tiempo continuo y luego con los basados en el concepto de capacitor conmutado. Estos últimos permitirán desarrollar sistemas analógicos muy robustos de forma similar a los FPGA usados en el área digital.

7.2. Arquitecturas analógicas programables (FPAA)

Entre los nuevos circuitos y las nuevas metodologías de diseño analógico se encuentran los denominados “Arreglos Analógicos Configurados por Campo” (Field Programmable Analog Array) o simplemente FPAA [1], Estos circuitos son el equivalente analógico de los circuitos digitales FPGA (Field Programmable Gate Array).

El concepto básico del FPAA se muestra en la Fig. 7.1. Se tiene un conjunto de bloques analógicos configurables denominados “Configurable Analog Block” (CAB), una red de interconexión programable y un registro para almacenar los bits de la configuración del FPAA. De acuerdo a las características impuestas por el fabricante del FPAA, la red de interconexión proporciona la ruta de conexión entre los bloques CABs, o entre los bloques de entrada y salida (I/O). Un registro con las cadenas de bits almacena la información para configurar los bloques CABs.

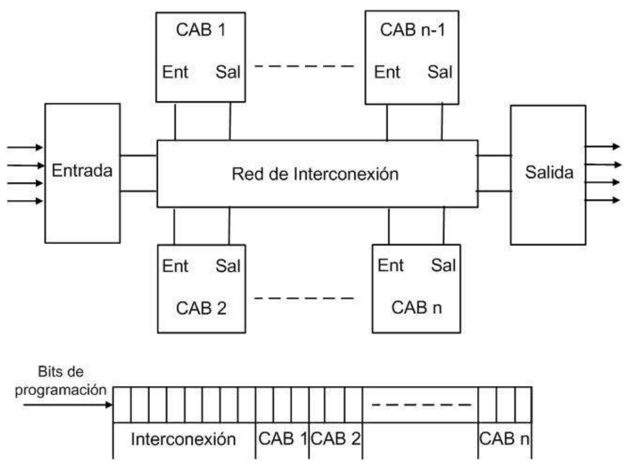


Figura 7.1. Concepto de un FPAA

7.2.1. Terminología

Debido a que existen diferentes fabricantes de FPAA, se tiene la siguiente terminología:

- Field Programmable Analog Array (FPAA): CI que puede ser programado para implementar circuitos analógicos, usando bloques analógicos flexibles e interconexiones. Siglas usadas actualmente por Anadigm.

- Field Programmable Mixed Analog-Digital Array (FPMA): CI, que contiene un FPAA y un FPGA ambos configurables, que se pueden programar para implementar circuitos de señal mixta.

- Electrically Programmable Analog Circuit (EPAC): Un FPAA registrado por la firma IMP Inc.

- Field Programmable Analog Device (FPAD): Un FPAA registrado por la firma Zetex.

- Totally Reconfigurable Analog Circuit (TRAC): Nombre para los circuitos FPADs fabricados por la firma Zetex

- Reseau Analogique Programmable (RAP): Nombre en francés para un FPAA.

- Configurable Analog Block (CAB): Celda analógica básica y programable en un FPAA.

- Field Programmable System-On-a-Chip (FIPSOC): Un CI que integra un FPMA y un microcontrolador comercializado por la compañía SIDSA.

7.2.2. Evolución de los FPAA

Con la aparición y evolución de los circuitos digitales programables (Programmable Logic Devices: PLDs), surgió la necesidad de desarrollar circuitos integrados que permitieran programar e implementar circuitos con funciones analógicas-digitales en un solo CI, por ello, desde finales de la década de los 80´ hasta el presente, varias compañías y grupos de investigación (la mayoría de ellos pertenecientes a las universidades) dieron los primeros pasos en esta área de la tecnología, tal como se muestra en la Tabla 7.1.

Año	Compañías y Grupos de investigación
1988	Sivilotti (Caltech)
1990	Lee & Gulak (University of Toronto)
1990	Kawasaki Steel
1990	Pilkington Microelectronics
1991	Lee & Gulak (University of Toronto)
1994	IMP, Inc.
1994	Pierzchala & Perkowski (Portland State University)
1994	Chan et al (University of Nottingham)
1996	Embabi et al (Texas A&M University)
1996	Zetex Semiconductors Ltd.
1997	Guadet & Gulak (University of Toronto)
1997	Futura et al (Spain)
1997	Motorola
1998	Motorola e IMP
1999	IspPAC de Lattice
1999	SIDSA FIPSOC
2000	Anadigm

Tabla 7.1. Generadores de FPAA

7.2.3. FPAA Comerciales

Durante unos años, tres compañías fabricantes de semiconductores produjeron circuitos FPAA. En la Tabla 7.2 se citan las compañías y las características fundamentales.

De las compañías arriba nombradas, Zetex [2], Lattice y Anadigm [3] mantuvieron al principio el liderazgo en el mercado internacional. Actualmente sólo Zetex y Anadigm desarrollan, fabrican y comercializan FPAA para uso general.

Fabricante	**Modelo**	**Tecnología**	**Ancho de banda**
Lattice	IspPAC10 al	Ultra MOS tiempo continuo	550 kHz (G=1) 330 kHz (G=100)
	IspPAC20		
	IspPAC30		1.5 MHz
	IspPAC80		500 kHz
	IspPAC81		75 kHz
	IspPAC POWR1208		-
Zetex	TRAC20	Bipolar tiempo continuo	4 MHz
	TRAC20LH		12 MHz
Anadigm	AN10E40	Switched capacitor	5 MHz
	AN120E04		2 MHz
	AN220E04		

Tabla 7.2. FPAA comerciales y sus principales características

7.3. Análisis general de FPAA Lattice y Anadigm

7.3.1. FPAA Lattice

El elemento funcional activo básico de los circuitos FPAA de la firma Lattice fue el PACell (Programmable Analog Cell) [1, 4] que, dependiendo de la arquitectura específica del circuito del modelo (IspPAC), puede ser un amplificador de instrumentación, un amplificador-sumador u otra etapa activa elemental.

En todos los circuitos IspPAC, las celdas programables PACell™ se combinan cuidadosamente para formar macro celdas analógicas o PACblocks. En este caso, no se requiere ningún componente externo, lo cual flexibiliza la implementación de funciones analógicas básicas tales como: filtrado con precisión, suma o diferencia, ganancia o atenuación y conversión. En la Fig. 7.2, se muestra el diagrama de bloques básico de un PACblock.

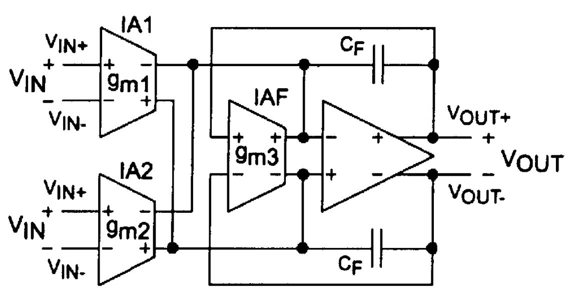


Figura 7.2. Diagrama de bloques de un PACblock

Los circuitos IspPAC necesitan de una fuente de alimentación de 5V y ofrecen una arquitectura que es completamente diferencial desde la entrada hasta la salida (No obstante, puede utilizarse en modo común).

La metodología de diseño de programación en el sistema (In-System Programmable: ISP) de Lattice, permite simplificar el proceso de diseño y acelerar la implementación del circuito analógico. En este caso, la herramienta de diseño PAC-Designer [4] suministra al usuario una ventana con una interfaz gráfica para especificar fácilmente el diseño usando librerías y macros generadores de circuitos. La Tabla 7.3 presenta los diferentes circuitos de la familia IspPAC y la respectiva área de aplicación de cada uno.

Circuito	**Función**	Encapsulado
IspPAC-POWR12OS	Control y monitoreo de fuentes de potencia	44-TQFP
IspPAClOdd	**Acondicionamiento de señal**	28-SOIC 28-PDIP
IspPAC20	Lazo de control y monitoreo	44-PLCC 44-TQFP
IspPAC3O	Versatilidad análoga front-end	24-SOIC 28-PDIP
IspPAC8O	Ultra-flexible, tiempo continuo, filtro paso bajo de 5to orden con una frecuencia de corte programable en el rango de 50 kHz – 750 kHz	16-PDIP 16-SOIC
IspPAC8 1	Ultra-flexible, tiempo continuo, filtro paso bajo de 5to orden con una frecuencia de corte programable en el rango de 10 kHz – 75 kHz	16-PDIP 16-SOIC

Tabla 7.3. Circuitos FPAA de la familia IspPAC

7.3.2. FPAD Zetex

Los circuitos FPAD de la firma Zetex son TRAC020 [2] y TRAC020LH (versión del TRAC020 para baja potencia). En la Fig. 7.4, se muestra el diagrama de bloques básico del TRAC020.

El circuito TRAC se basa en una única celda analógica configurable, la cual es flexible a la programación para llevar a cabo diferentes funciones tales como: adición, negación, logaritmo, antilogaritmo, amplificación, diferenciación, integración, rectificación y seguidor de tensión. Estas funciones son combinadas para implementar un sistema de procesamiento o acondicionamiento de señal. Ellas también facilitan el uso de las técnicas estructuradas de diseño matemático. En este caso, no es necesario entender muy bien la estructura de las funciones analógicas, sólo es necesario entender su función a nivel de sistema.

Las funciones básicas pueden ser configuradas en cada una de las veinte celdas interconectables entre si, para facilitar el diseño y configuración de cualquier circuito analógico; es decir, la configuración es realizada digitalmente mediante un registro de desplazamiento, mientras la señal permanece en el dominio analógico todo el tiempo, por lo tanto se evitan los errores de muestreo y retardos de procesamiento, hallados en soluciones equivalentes con DSP (Digital Signal Processing).

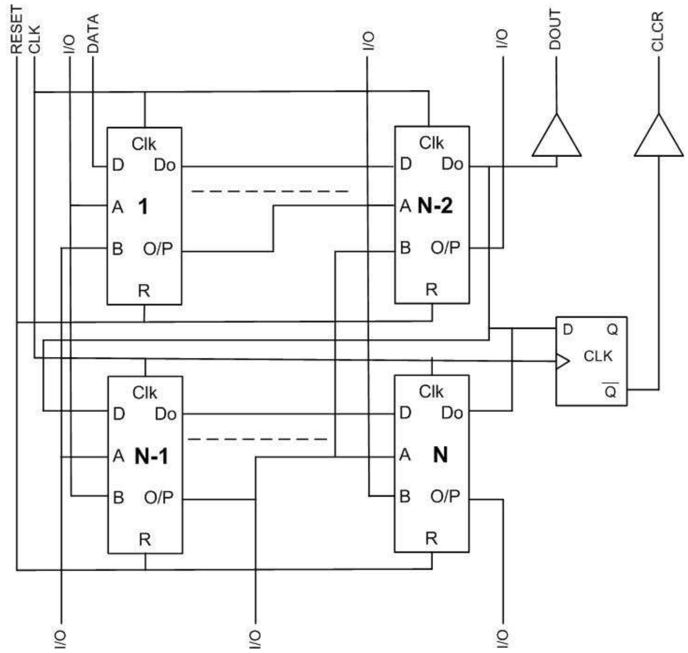


Figura 7.4. Diagrama esquemático del TRAC020

Adicionalmente como un complemento a los TRACs, el grupo FAS (Fast Analog Solutions) de Zetex tiene en el mercado el circuito CASIC (Computational Application Specific Integrated Circuit) ZXF36Lxx, que contiene 36 celdas analógicas que pueden se pueden configurar usando una máscara para la metalización.

7.3.3. FPAA Anadigm

El FPAA AN10E40 de Anadigm [1,3], es un dispositivo adecuado para el diseño e implementación de diferentes circuitos analógicos basados en la técnica de CC. Este circuito dispone de macros llamados Ipmodules, los cuales implementan las funciones de amplificación, suma, integración, diferenciación, comparación y rectificación, fuentes de DC (tensiones de referencia), filtros, osciladores sinusoidales, y circuitos S/H (Sample and Hold) T/H (Track and Hold), es decir, puede ser usado en diversas aplicaciones tales como: filtrado de señales, implementación de circuitos de control, generadores de señal, etc.

El dispositivo se divide en 20 bloques analógicos configurables (Configurable Analog Block: CAB), cada uno con un amplificador operacional, cinco bancos de capacitores e interruptores tal como se ilustra en la Fig. 7.5.

Cuatro de los bancos de capacitores se localizan entre el bloque de interconexión interno (local routing connections) y los interruptores, un banco de capacitores está en el lazo de realimentación del amp-op. En el lado izquierdo de los bancos de capacitores existen diversas etapas de entrada a las qhe llegan las entradas (Local Inputs) y sus salidas se conectan a los bloques de interruptores, en el lado derecho del amp-op (OpA mp) donde están las salidas del CAB. La información para las interconexiones y el comportamiento de los CABs es almacenada en el bloque SRAM, la cual es cargada durante la configuración. El proceso de configuración ocurre al energizar el circuito, pero puede ser re-iniciado en cualquier momento. La habilidad para re-configurar el bloque SRAM en cualquier momento le permite al usuario gran flexibilidad para diseñar un sistema.

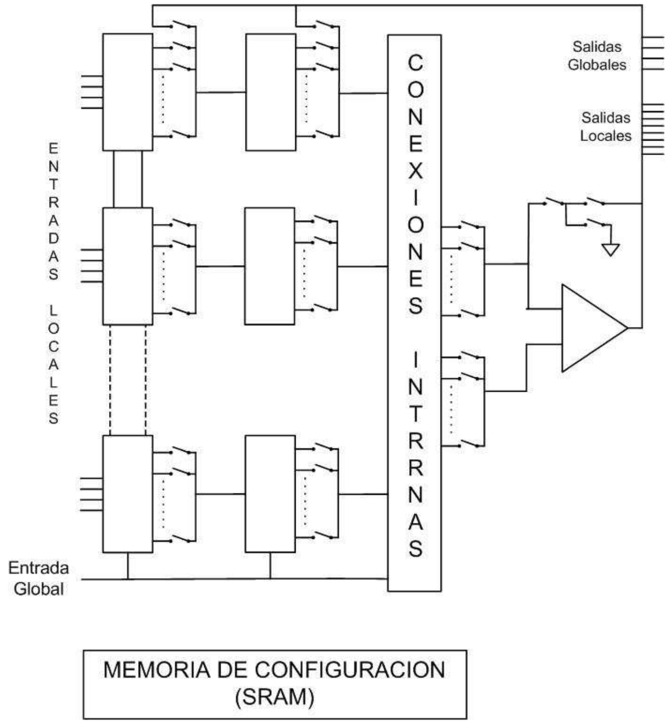


Figura 7.5. Diagrama de bloques básico de un CAB.

El AN10E40 está organizado en una matriz de bloques CABs de 4x5, una red de interconexión para el reloj, interruptores, y recursos para interconexión global y local. Cada bloque CAB del AN10E40 (ver Fig. 7.6) es programable, lo cual permite una gran flexibilidad para diseñar diferentes circuitos para procesamiento analógico.

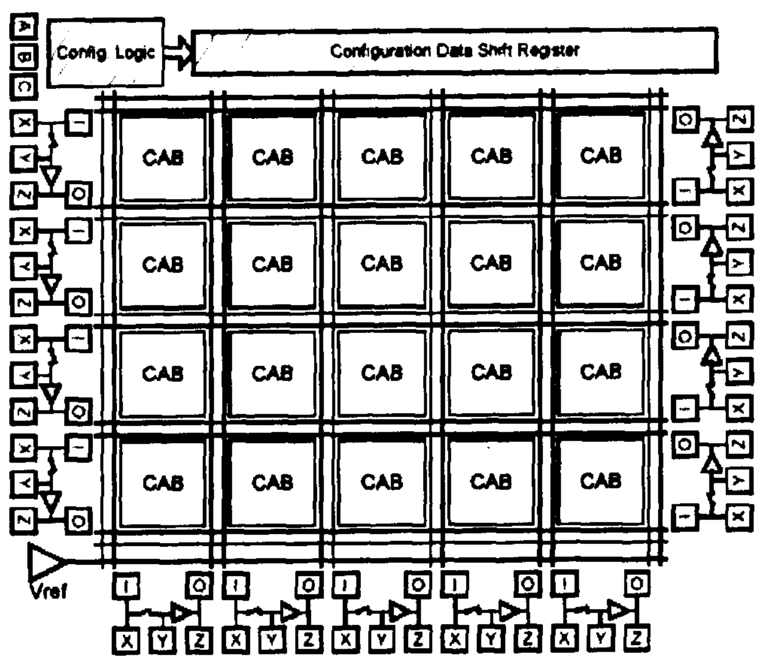


Figura 7.6. Diagrama de bloques de la matriz del AN10E40

La lógica para la configuración (Configuration Logic) y el registro de desplazamiento (Shift Register) trabajan en conjunto siempre que la configuración del dispositivo este en

proceso. La matriz de bloques CABs está rodeada por las celdas analógicas I/O (Input/Output) programables, 13 en total, con dos amp-ops de soporte. También tiene un generador de tensión de referencia (Vref) programable.

Las celdas analógicas I/O son flexibles y permiten interconectar directamente el núcleo (core) del integrado con los pines de entrada o salida. Adicionalmente, con muy pocos componentes externos se implementa fácilmente un filtro Sallen-Key que permite corregir los problemas de aliasing.

Debido a que el FPAA AN10E40 está basado en circuitos de capacitor conmutado, las señales de salida no están libres de la presencia de ruido. Es importante en el diseño incorporar filtros anti-aliasing en las celdas I/O. Adicionalmente, debido a la naturaleza misma del sistema de datos muestreados (Sampled Data System), se debe tener cuidado en limitar el ancho de banda de la señal de entrada para evitar aliasing.

Los FPAA AN120E04 y AN220E04 pertenecen a la segunda generación de la familia de Anadigm (Anadigmvortex) y están basados en una arquitectura de capacitor conmutado completamente diferencial [3]. La arquitectura de los FPAA AN120E04 y AN220E04 consiste de una matriz de CABs de 2x2, una red de interconexión programable, una LTU (Look-Up Table), cuatro celdas analógicas de entrada (una de ellas con multiplexor para cuatro señales de entrada), y tres celdas de salida. En la Fig. 7.8, se muestra el diagrama de bloques de la matriz para los AN120E04 y AN220E04.

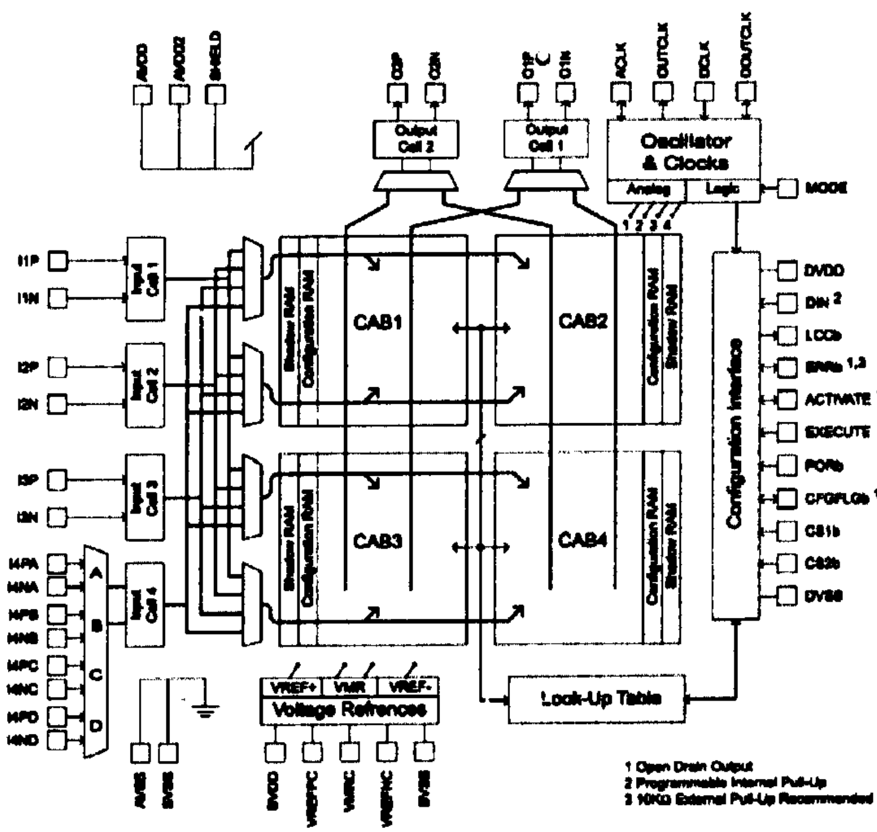


Figura 7.8. Diagrama de bloques de los FPAAs
AN120E40 y AN220E04

Cada una de las celdas de entrada tiene un filtro de entrada antialiasing programable y un amplificador de alta ganancia con bajo offset de entrada. Las cuatro celdas CABs pueden

ser programadas a traves de la LUT, lo cual permite realizar la implementación de funciones arbitrarias. La diferencia fundamental entre estos FPAA es la programación. El AN120E40 es un dispositivo de bajo costo para aplicaciones de alto volumen de producción, sin embargo este puede ser reprogramado si se activa la señal de reinicio (reset) del CI; el AN220E04 soporta reconfiguración dinamica (re-programación o actualización de una nueva función) mientras realiza un procesamiento analógico. El AN220E04 tiene dos tipos de memoria: la SRAM de respaldo (Shadown) y la SRAM de configuración. Los nuevos datos de configuración son almacenados en la Shadown y transferidos a la SRAM de configuración en el flanco de reloj provisto para sincronizar la actualización de la función analógica del circuito.

7.4. Metodologia de diseño

La metodología para diseñar circuitos analógicos usando FPAA y su implementación, consiste en:

- Definir las especificaciones y requerimientos del circuito
- Diseño del circuito analógico
  Elección del FPAA que mejor se adapte a las características del diseño
- Simulación (análisis AC) del circuito usando para obtener la respuesta AC
- Simulación (análisis transitorio) del circuito para verificar la respuesta en el dominio del tiempo (si correspondiera).
  Implementación del diseño usando el FPAA
- Test del circuito diseñado

7.5. Análisis específico de FPAA Lattice y Anadigm

7.5.1. FPAA Lattice

A continuación analizaremos los FPAA de la firma Lattice que han sido diseñados específicamente para el procesamiento de señales.

7.5.1.1. ispPAC-10

El ispPAC-10 es un miembro de los circuitos analógicos ISP (In-System Programmable) de la familia Lattice, es configurado digitalmente vía tecnología E^2CMOS. Los módulos de funciones analógicas, llamados PAC-blocks, reemplazan los componentes analógicos tradicionales tales como amplificadores operacionales y filtros activos, eliminando la necesidad de utilizar resistencias y capacitores externos. Debido a que no necesita, para su configuración componentes externos, el ispPAC-10 acelera el proceso de diseño, simplificando el circuito prototipo y la implementación, otorgándole alta performance y funcionalidad integrada. Para configurar y verificar el correcto funcionamiento del ispPAC-10 se utiliza PAC-Designer, un software fácil de utilizar y compatible con Microsoft Windows. La programación del dispositivo se realiza por medio del puerto paralelo del PC y utilizando la interface JTAG. La característica ISP permite la programación, verificación y reconfiguración directamente sobre la placa impresa del circuito. El ispPAC-10 incluye 8 amplificadores de ganancia programable y 4 amplificadores de salida configurable como amplificador, filtro pasa bajo o integrador. El diagrama en bloques del ispPAC-10 se muestra en la Fig. 7.9.

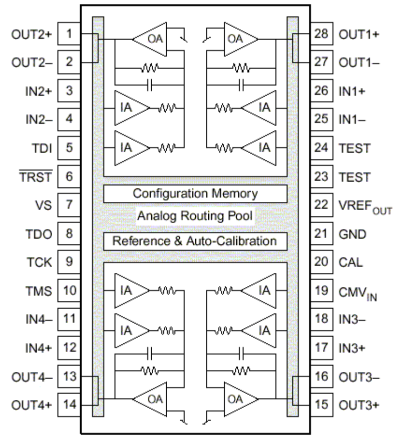


Figura 7.9. Diagrama en bloques del ispPAC-10

7.5.1.2. ispPAC-20

El ispPAC-20 incluye 4 amplificadores de ganancia programable, 2 amplificadores analógicos de salida configurable como amplificador, filtro pasa bajo o integrador, un multiplexor analógico, una llave de polaridad (modulador), un DAC de 8 bits y 2 comparadores analógicos. El diagrama en bloques del ispPAC-20 se muestra en la Fig. 7.10.

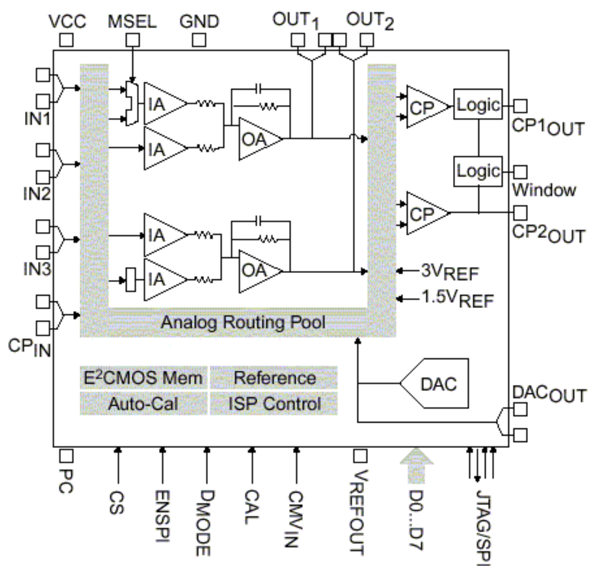


Figura. 7.10. Diagrama en bloques del ispPAC-20

7.5.1.3 ispPAC-30

El ispPAC-30 es una solución completa para las aplicaciones de adquisición de datos ya que incorpora un ADC de 10 a 12 bits. Dispone de entradas diferenciales o simples, multiplexado, ganancia de precisión, ajuste de offset, filtrado y funciones de comparación. Permite un ruteo completo de las entradas o salidas a alguna celda y de la entrada de alguna celda a cualquier nodo sumador de los dos amplificadores de salida. Además incluye el modo SPI (Serial Peripheral Interface) que permite controlar gran parte del dispositivo por medio de cuatro o cinco conductores y con la utilización de un microcontrolador. La flexibilidad de la característica ISP permite la programación, verificación y reconfiguración directamente sobre la placa impresa del circuito. El

diagrama en bloques del ispPAC-30 se muestra en la Fig. 7.11.

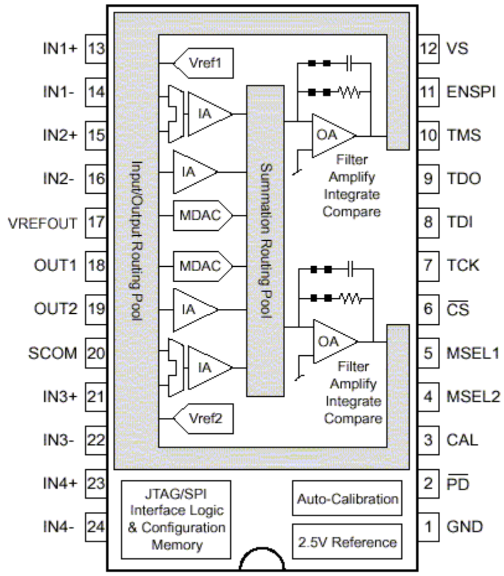


Figura. 7.11. Diagrama en bloques del ispPAC-30

7.5.1.4. Interfaz de usuario

PAC-Designer permite el diseño en tiempo real de circuitos analógicos utilizando los componentes de la familia Lattice. El diseño se descarga en el dispositivo y queda almacenado en éste permanentemente. Todos los ispPAC incluyen la circuitería necesaria para mantener el diseño en su memoria E^2CMOS. La Fig. 7.12 muestra la interfaz de usuario.

El software presenta una interfaz muy estructurada la cual hace que el proceso de diseño sea muy simple y rápido, aunque tiene la desventaja de que no todos los parámetros se pueden modificar y las conexiones que se pueden realizar son limitadas.

Para comenzar un diseño se debe seleccionar el dispositivo con el que se va a trabajar. En la pantalla principal se muestra la estructura interna de éste (esquemático) en la cual se van a realizar los ajustes y conexiones. Haciendo doble click sobre los componentes del ispPAC se tiene la posibilidad de modificar los valores por defecto, como por ejemplo capacitores y conexiones.

El programa permite la simulación del dispositivo configurado y genera un gráfico de magnitud y fase de la salida (Diagrama de Bode).

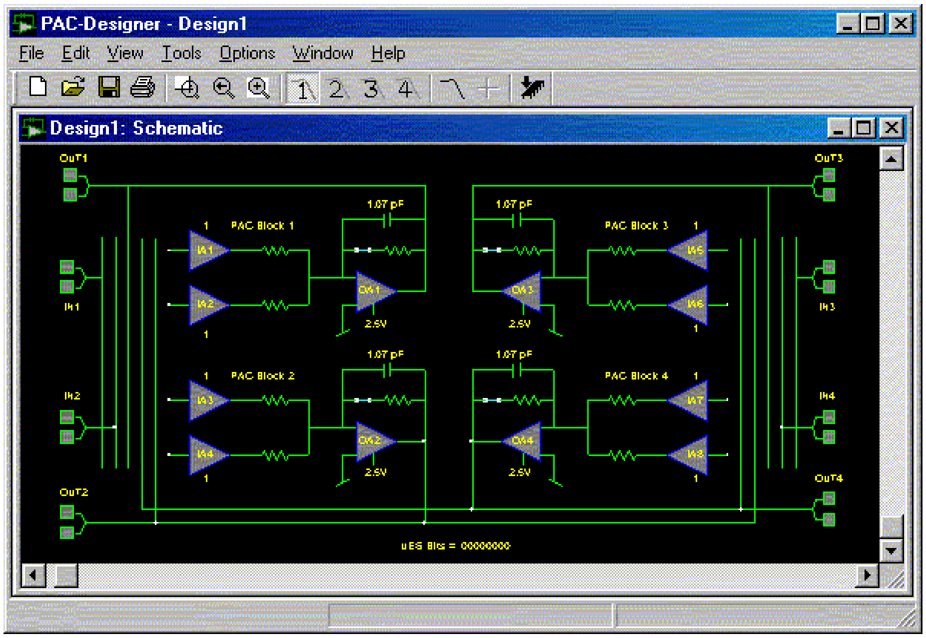


Figura. 7.12. Interfaz de usuario para ispPAC-20

Se pueden almacenar hasta cuatro gráficos en una misma ventana, aunque sólo una curva está activa a la vez. Además se puede usar un cursor para conocer el valor en cualquier punto de la curva de magnitud o fase.

PAC-Designer incluye varias utilidades de diseños, las cuales consisten en configuraciones específicas de los dispositivos que se pueden cargar y de esta forma se acelera el proceso de diseño. Para poder utilizar estas utilidades se debe comenzar cargando el circuito esquemático del dispositivo con el que se quiere trabajar y luego se selecciona la configuración que se desee. Algunos dispositivos incluyen una base de datos con configuraciones preestablecidas y seleccionando alguna de ellas, se configura automáticamente el ispPAC.

Una característica importante del software es que permite la exportación del circuito esquemático configurado como una librería de Pspice. Gracias a ello, se puede incluir este diseño en el programa Pspice y realizar la simulación del ispPAC dentro del circuito donde va a trabajar. De esta forma se pueden ver y analizar el funcionamiento del conjunto total. Además es posible exportar los gráficos que genera la simulación y luego importarlos nuevamente.

7.5.2. FPAA Anadigm

7.5.2.1. AN221E02

El AN221E02 [3] permite realizar acondicionamiento de señales, filtrado, adquisición de datos, control de lazo cerrado y otras aplicaciones analógicas en un único chip programable. Como reemplazo de componentes discretos o soluciones ASIC, el AN221E02 sirve en un amplio rango de aplicaciones: industriales, audio, automotrices, médicas, comunicaciones, equipos de test automáticos y sistemas de instrumentación. La programación del dispositivo se hace a través del software EDA AnadigmDesigner2, el cual permite construir funciones analógicas complejas usando módulos analógicos configurables (CAM) como bloques constructivos. Mediante una interfaz del tipo arrastrar y soltar, AnadigmDesigner2 permite construir sistemas analógicos rápidamente, simularlos y descargarlos al FPAA.

7.5.2.2. Reconfiguración estática y dinámica

El AN221E02 es reconfigurable estática y dinámicamente, permitiendo el control de las funciones analógicas en tiempo real a través del microprocesador ubicado en el sistema. Usando la reconfiguración dinámica se puede obtener la respuesta de lazo de un sistema, cambiar las características de un filtro en función de los cambios impuestos por las condiciones del entorno, o simplemente ajustar los coeficientes, sin interrumpir el funcionamiento del FPAA.

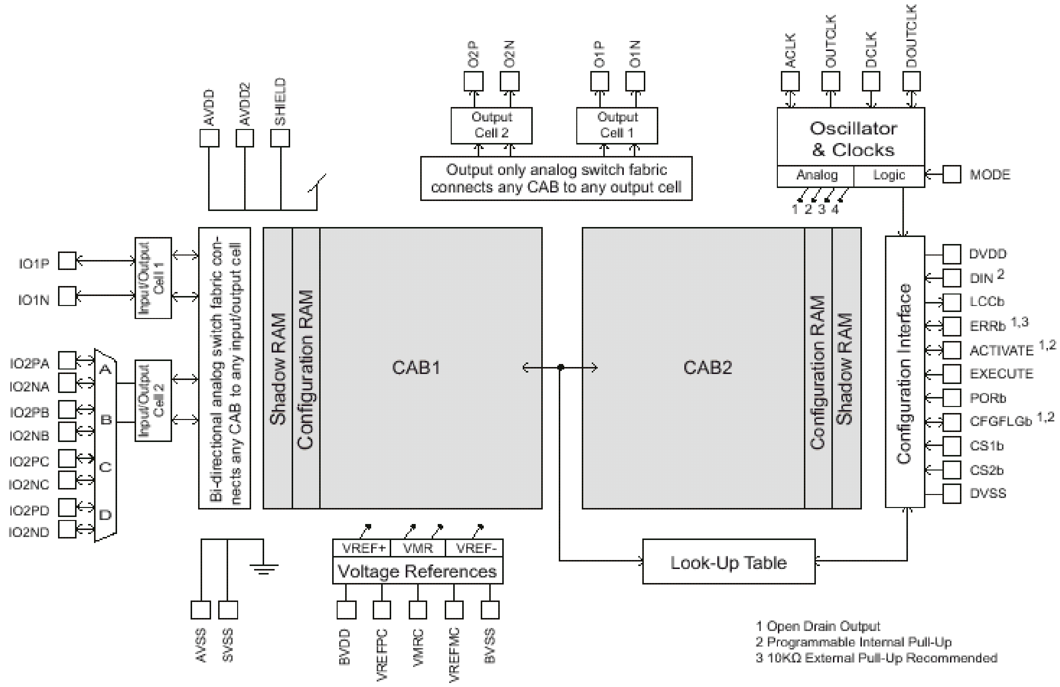


Figura. 7.13. Arreglo analógico programable por campo dinámicamente reconfigurable AN221E02

7.5.2.4. AN120E04

El AN120E04 [3] es el primer FPAA diseñado específicamente para poder implementar con costo mínimo, acondicionamientos de señales analógicas en aplicaciones de gran volumen. Una vez que el dispositivo está programado, y con los parámetros ajustados, se tiene un sistema robusto con un único chip inmune a la temperatura y al ruido térmico. A diferencia de una solución fija, el AN120E04 puede ser reprogramado y reconfigurado repetidamente e indefinidamente, teniendo la posibilidad de adaptarse a entornos y aplicaciones especificas. Basado en una arquitectura de capacitor conmutado completamente diferencial, el dispositivo brinda un nuevo nivel de funcionalidad y performance. Comparado con los productos anteriores de la firma, presenta las ventajas de poseer mayor inmunidad al ruido y mayor bW. También incorpora una Tabla de Consulta (LUT) de 256 bytes, un conversor A/D de 8 bits basado en un Registro de Aproximaciones Sucesivas (SAR) y un contador. Combinando estas características, se pueden implementar funciones analógicas complejas no lineales tales como linealización de la respuesta de un sensor, síntesis de ondas de forma arbitraria, funciones dependientes de la señal, multiplicación analógica y comparación de señales. Si bien es completamente reconfigurable, el dispositivo debe ser reseteado antes de recargar una nueva configuración. Para diseños que puedan beneficiarse con la reconfiguración dinámica, existen otras opciones como el AN220E04 las cuales pueden ser reconfiguradas mientras trabaja sin necesidad de resetearlo.

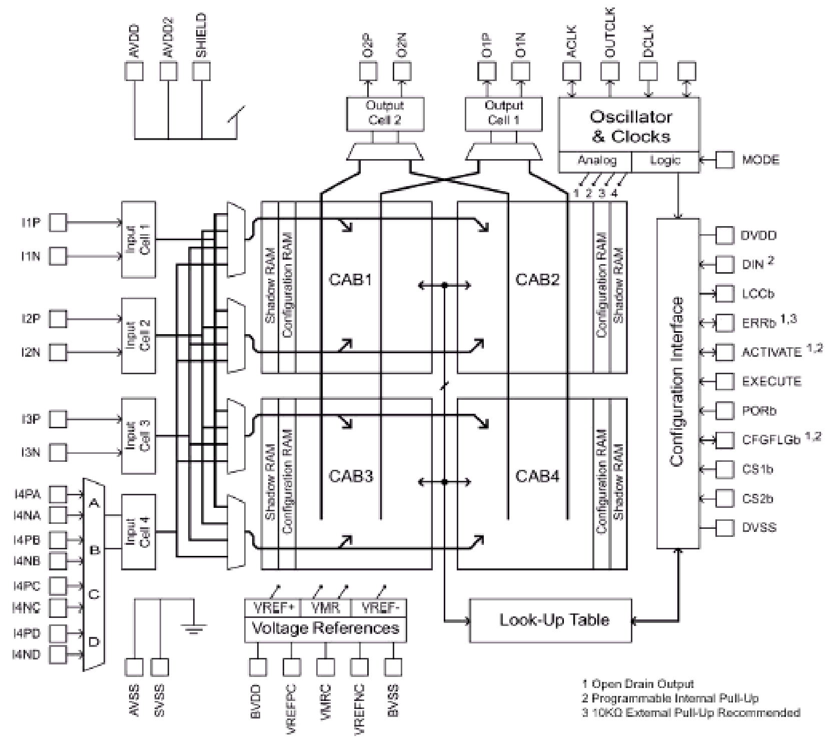


Figura. 7.14**.** Arreglo analógico programable por campo dinámicamente reconfigurable AN120E04

7.5.2.5. AN220E04

Con éste FPAA es posible integrar las funciones de procesamiento y acondicionamiento de señal en un único dispositivo que interactúa con otras partes del sistema a través del software, manteniendo un absoluto control analógico del sistema. El AN220E04 [3] presenta una mejor respuesta dinámica y mayor bW que sus predecesores. Usando la reconfiguración dinámica, se puede manipular la respuesta de lazo para un diseño: se pueden cambiar las características del filtro (incluido el orden) en respuesta a los cambios en las condiciones del medio, paginación de las funciones de entrada y salida en sincronización con las configuraciones del multiplexor o, simplemente ajustar coeficientes, sin interrumpir la operación del sistema. En la Tabla 7.4 están indicadas en forma resumida las aplicaciones generales de los FPAA de Anadigm.

7.5.2.6. AN221E04 y AN121E04

Estos FPAA son óptimos cuando se requiere un diseño de múltiples salidas o cuando se necesita implementar un conversor A/D integrado. El AN121E04 [3] y el AN221E04 [3] tienen una estructura avanzada de E/S que permite programar al FPAA hasta con seis salidas, tres veces más que el AN220E04. Con cuatro celdas de E/S configurables y dos salidas dedicadas, se puede utilizar un único FPAA para procesar múltiples canales de señales analógicas, cuando antes se necesitaban varios dispositivos.

Se puede conectar la salida digital del conversor A/D fuera del dispositivo utilizando una de las celdas de salida dedicada. Estos dispositivos también permiten implementar las funciones anteriormente citadas.

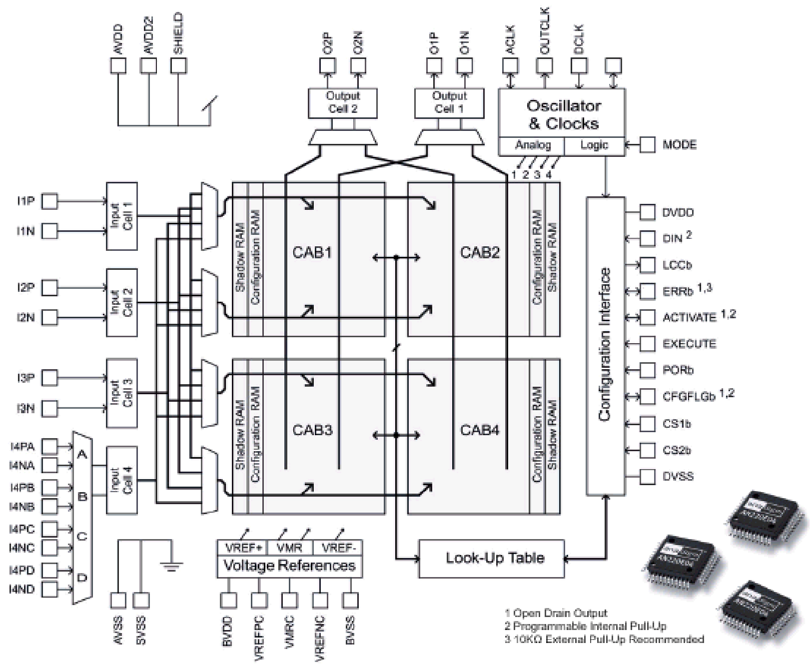


Figura. 7.15. Arreglo analógico programable por campo dinámicamente reconfigurable AN220E04

Aplicaciones	**221E02**	**120E04**	**220E04**	**221E04 121E04**
Adquisición de datos, sensores y médicas	X			X
Procesamiento de señales de DC, audio, ultrasónicas y IF Telemetría	X	X	X	X
Medidores de capacitancia Analisis residual de gas				X
Medición de flujo con ultrasonidos				X
Automatización industrial y sistemas de control	X	X		X
Control de la velocidad de flujo, presión, posición y temperatura	X			X
Control de motores				
Control Adaptivo			X	
Medida de desplazamiento				
Control de clima Comunicación, seguridad y militar			X	X
Acondicionamiento de señales en banda base, IF y HF				X
Sensores inteligentes			X	
Módem FSK multi estándar Software definido por radio			X	X
Control de la relación Láser/modulador			X	X
Sistemas de comunicación		X		
Control automático de ganancia			X	

Tabla 7.4. Aplicaciones de los FPAA de Anadigm

Ambos dispositivos pueden ser reconfigurados dentro del sistema para implementar múltiples funciones analógicas y/o adaptarse para mantener la precisión a pesar de la degradación y ruido del sistema. El AN221E04 es reconfigurable dinámicamente, permitiendo en funcionamiento, el control en tiempo real de funciones analógicas por medio del microprocesador ubicado dentro del dispositivo El AN120E04 también es estáticamente reconfigurable, lo cual significa que el dispositivo debe ser apagado antes de recargar la nueva configuración.

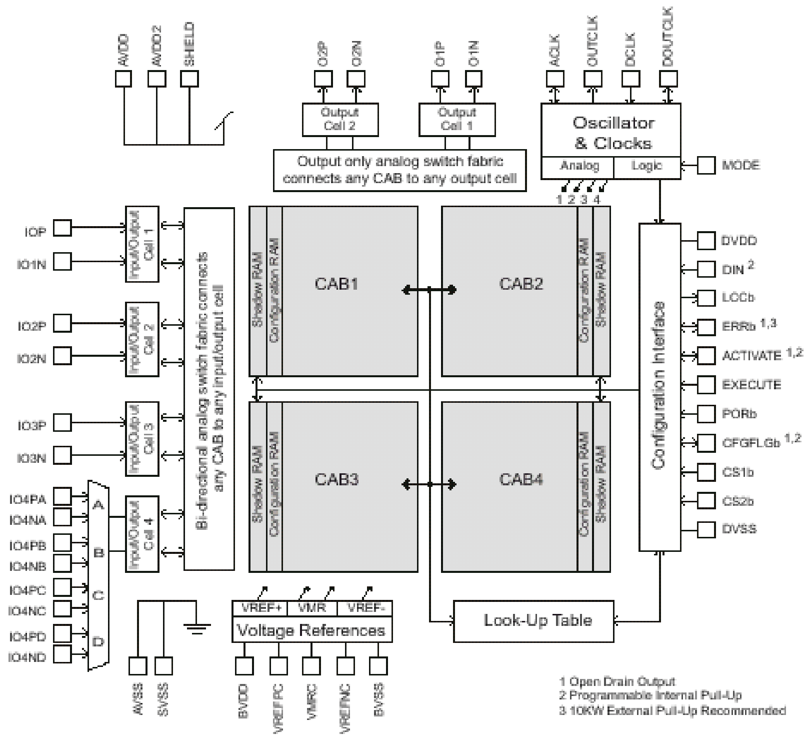


Figura. 7.16**.** Arreglo analógico programable por campo dinámicamente reconfigurable AN221E04 y AN121E04

7.5.3. Detalles de la arquitectura analógica Anadigm

7.5.3.1. Celda de Entrada/Salida configurable

Cada celda de Entrada/Salida contiene un conjunto de recursos que permiten la conexión desde y hacia el medio exterior con alta funcionabilidad, sin necesidad de componentes adicionales. El procesamiento dentro del dispositivo es diferencial. Las entradas o salidas también aceptan señales no diferenciales, para lo cual un switch interno, conectará el terminal negativo del par de señales diferenciales a una tensión de Referencia Principal (VMR), quel es el punto de referencia para todo el procesamiento interno de señales y está seteados 2V por arriba de AVSS.

En ciertas aplicaciones puede ser necesario la utilización de un filtro pasa bajos para evitar los efectos del aliasing. Para ello, esta celda incluye en el camino de entrada un filtro antialiasing programable de segundo orden. El filtro puede ser anulado o seteado a la frecuencia de corte según convenga. Cuando se utiliza el filtro antialiasing, el fabricante recomienda que la relación entre la frecuencia de corte y la máxima frecuencia de la señal sea al menos de 30. Este filtro es recomendado para frecuencias menores a 15 kHz. Para frecuencias mayores es necesario utilizar un filtro antialiasing externo.

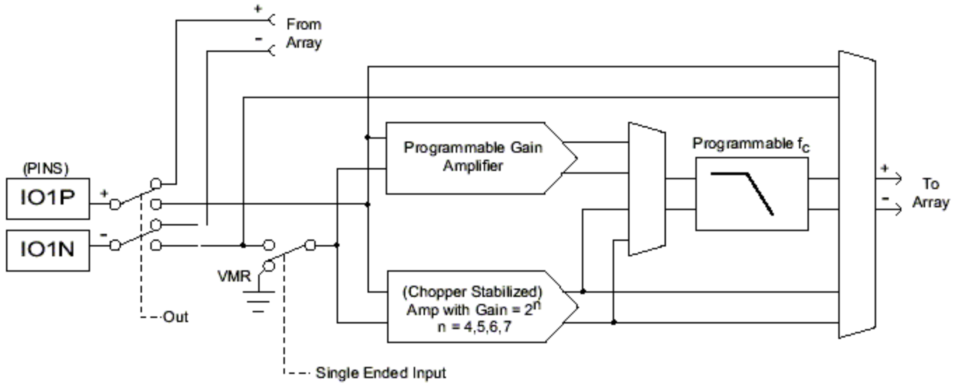


Figura. 7.17. Celda de Entrada/Salida configurable

Otro recurso disponible en las celdas de Entrada/Salida es un amplificador con ganancia programable y un circuito opcional de muestreo (chopeo) estabilizado. El amplificador-muestreador (chopeador) reduce bastante la tensión de offset en la entrada de los amplificadores operacionales. Esto es muy útil en el caso en que las señales de entrada sean muy pequeñas y requieran gran amplificación a la entrada. La ganancia del amplificador puede tomar valores de 2^n donde n es un valor entero comprendido entre 4 y 7. La salida del amplificador puede ingresar al filtro anti-aliasing o directamente al arreglo.

7.5.3.2. Entrada/Salida analógica multiplexada

Una de las celdas de Entrada/Salida (E/S) tiene un multiplexor bidireccional de 4 a 1 en la entrada, permitiendo la conexión física de 4 fuentes de entrada, simple o diferencial, o 4 salidas diferenciales, aunque sólo una de estas entradas o salidas puede ser procesada por el FPAA a la vez. Si se conecta una señal unipolar , el lado negativo del par diferencial interno será conectado a la VMR.

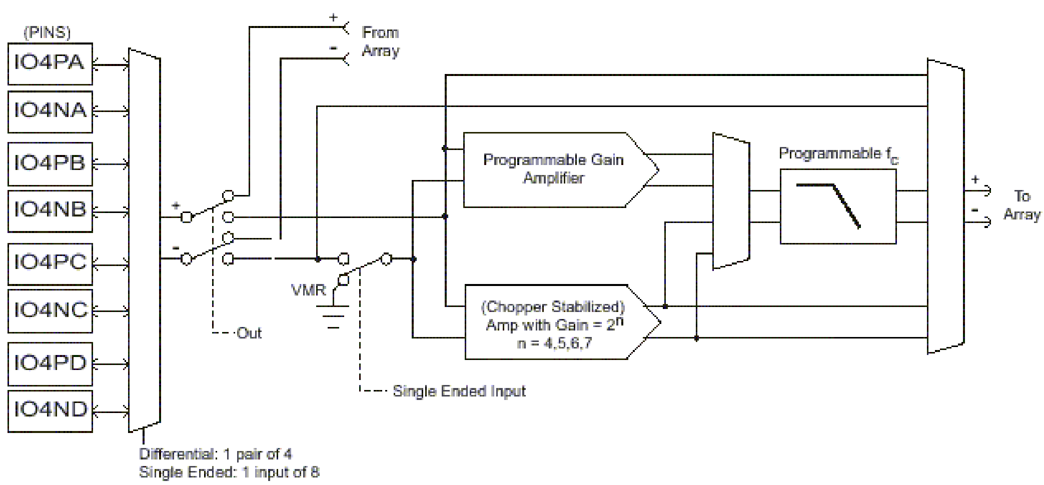


Figura. 7.18. Celda de Entrada/Salida con un multiplexor de entrada par de 4:1

7.6.3. Celda de Salida

Al igual que las entradas analógicas, las celdas de Salida están provistas con características tales que permiten que los diseños puedan aprovechar la fidelidad y versatilidad que ofrece el interior del dispositivo. Las salidas pueden entregar datos digitales o señales de tensión analógica diferencial. Los pares de señales analógicas suministradas por los CABs dentro del arreglo son conducidas hacia la Celda de Salida a

través de un multiplexor en la entrada de la celda.

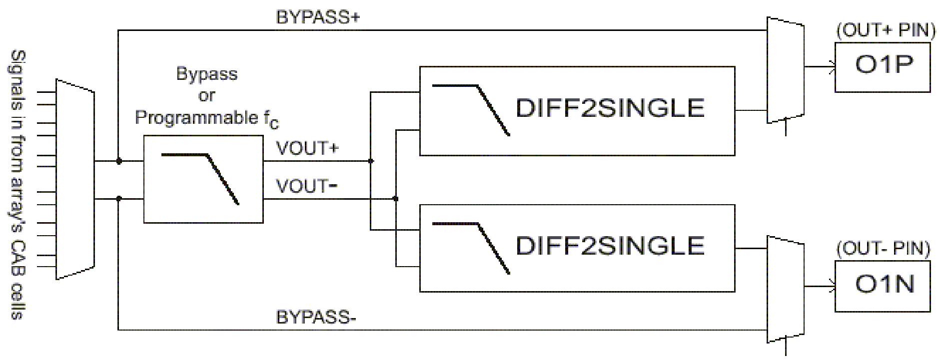


Figura. 7.19. Celda Analógica de Salida

En algunas circunstancias especiales, puede ser necesario enviar las señales analógicas internas hacia el exterior del dispositivo, sin realizar ningún tratamiento adicional. Para ello las celdas de salida disponen de un bypass que permiten la salida de las señales sin procesamiento alguno. Cada celda de salida contiene un filtro programable igual de las celdas de E/S. Dicho filtro puede ser programado con su frecuencia de corte o anulado por el bypass. Así como la estructura del filtro servía como un filtro anti-aliasing para la entrada, en la salida, éste sirve como un filtro de reconstrucción de 2do orden que suaviza la forma de onda muestreada.

7.5.3.4. Bloque Analógico Configurable

Dentro del dispositivo hay cuatro Bloques Analógicos Configurables (CABs). Las funciones disponibles en los CAM están mapeadas en estos circuitos analógicos programables. La Fig. 7.20 muestra un esquema de un Bloque Analógico Programable (CAB).

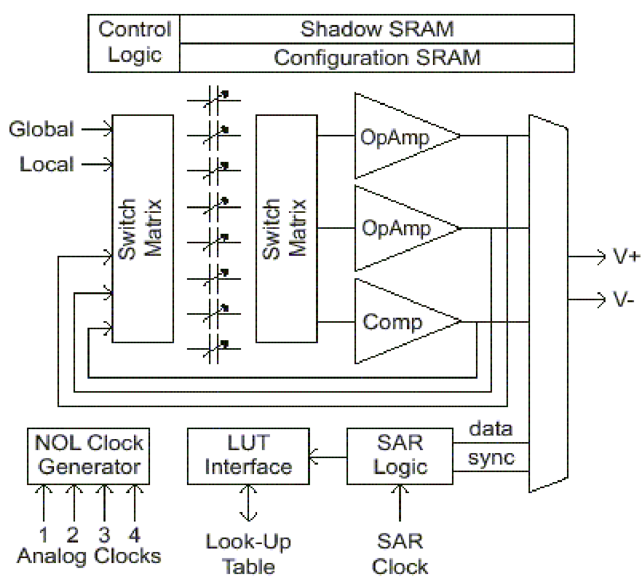


Figura. 7.20. Esquema de un Bloque Analógico Programable

La mayoría de las llaves que se encuentran dentro del bloque son estáticas y determinan las conexiones en el CAB, valor de los capacitores y cuál es la entrada activa. Las otras llaves son dinámicas y pueden cambiar bajo el control de las señales analógicas de

entrada, la fase del reloj seleccionado y la lógica del SAR. Todas las llaves, ya sean estáticas o dinámicas, están controladas por la memoria SRAM de configuración.

Como parte de la secuencia de reset en el encendido, la SRAM se resetea para quedar en un estado conocido y seguro. La lógica de configuración se encarga de transferir los datos desde el exterior hacia la memoria shadow y desde allí copiarla en la SRAM. El AN221E04 permite ser reconfigurado. Esto es, mientras el dispositivo está trabajando, la memoria shadow se puede recargar con los valores que más tarde serán usados para actualizar la memoria de configuración. Con esta característica el FPAA puede ser reprogramado en el momento, desde pequeños cambios en las caracteríasticas del circuito hasta un cambio completo en el contexto funcional del circuito, instantaneamente y sin interrumpir el camino de la señal.

Las señales analógicas provenientes de la celda vecina más cercana ingresan a través de recursos de ruteo locales. Éstas señales se conectan a un primer banco de llaves analógicas. La salida de los dos amplificadores y del comparador también se realimentan a esta matriz de llaves.

Luego sigue un banco de 8 capacitores programables. Cada uno de los 8 capacitores puede tomar un valor entre 0 y 255 unidades de capacidad. El valor real de esta capacidad no es importante. La librería de elementos CAM no depende del valor absoluto de estos capacitores, pero sí de la relación entre ellos. Hay una segunda matriz de llaves que establece la topología del circuito y hace las conexiones apropiadas.

Hay dos amplificadores operacionales y un comparador en el centro del CAB. Las salidas de estos dispositivos activos están realimentadas hacia la primer matriz de llaves para poder formar los circuitos. Estas salidas también van hacia los CABs vecinos.

El circuito necesita un reloj NOL (non-overlapping) para poder funcionar correctamente. El Generador de Reloj NOL toma uno de estos cuatro relojes analógicos disponibles y genera todos los relojes NOL que necesita el CAB.

Hay una lógica de control del Registro de Aproximaciones Sucesivas, que cuando está habilitada, usa el comparador del CAB para implementar un Conversor Analógico/Digital de 8 bits (ADC). Llevando la salida del SAR-ADC al propio CAB o a la Tabla de Verdad permite la creación de funciones analógicas no lineales como multiplicación de tensión, comparación, linealización y control automático de ganancia.

7.5.3.5. Tabla de Verdad

El dispositivo contiene una Tabla de Verdad de 256 bytes (LUT). La dirección de 8 bits de entrada a la tabla viene de la salida de 8 bits del SAR-ADC o de un contador especial de 8 bits de la LUT.

Si el contador de la LUT es seleccionado, cuenta en forma continua hacia arriba, reseteándose a cero cada vez que alcanza su valor de roll-over que es programable. Cada nuevo valor de la cuenta es presentado a la LUT como una dirección. El dato leído es escrito en una o dos direcciones de la memoria Shadow. Las ubicaciones que son usadas y el contenido de la LUT son parte del conjunto de datos de configuración del dispositivo. El reloj para el contador de la LUT es suministrado por uno de los 4 relojes analógicos internos (de uno de los cuatro divisores de reloj). La transferencia de estos bytes desde la memoria Shadow hacia la memoria de configuración SRAM ocurre tan pronto como el ultimo byte de configuración es enviado, o un cruce por cero interno es

detectado, o un punto de trip del comparador es encontrado, o una señal EXECUTE exterior es detectada. Con el reloj periódico del contador de la LUT, es posible formar un generador de onda arbitraria u una señal modulada en amplitud.

7.6.6. Operación del SAR-ADC

El circuito dentro del CAB permite la realización de un Registro de Aproximaciones Sucesivas (SAR) tipo Conversor Analógico/Digital (ADC). El SAR-ADC requiere dos relojes con una relación de frecuencia de 16:1. El reloj más lento (CLOCKA) determina el rango de las conversiones sucesivas y no debería exceder los 250 kHz. El reloj más rápido (CLOCKB) es utilizado para hacer la conversión misma. Estos relojes son generados por la circuitería divisora del reloj. El resultado del SAR está en formato magnitud y signo (1 bit de signo y 7 bits de magnitud). Las entradas al SAR están limitadas a VMR□de 1,5Volt. Las entradas cuyas tensiones están por arriba de VREFPC (VMR + 1,5 V) y por debajo de VREFMC (VMR˜ 1,5 V) serán recortadas a 7F o FF según corresponda. El resultado de SAR-ADC puede ser introducido al puerto de direcciones de la LUT o regresado al host CAB. El uso más común es servir como un generador de direcciones para la LUT. Al final de cada conversión el resultado es reconocido por la LUT como una dirección nueva. El circuito de configuración toma el contenido de la LUT apuntado por esta dirección y lo carga en una o dos lugares específicos de la memoria Shadow SRAM.

Un escenario de uso típico es el caso de una señal que necesita ser linealizada o calibrada. La señal ingresa desde el exterior hacia el CAB que está configurado como un SAR-ADC para hacer la conversión. El resultado es introducido a la LUT donde fue almacenada una tabla de linealización como parte de la configuración del dispositivo. Utilizando el mismo mecanismo descrito en la sección anterior para el contador de la LUT, el circuito de configuración toma el contenido de la LUT apuntado por esta dirección (el resultado del SAR-ADC) y lo carga en uno o dos lugares específicos de la memoria Shadow SRAM. Para este ejemplo, estas ubicaciones ajustarían la ganancia de un amplificador, mejorando la linealización deseada. Cuando el byte de la conversión del SAR-ADC es retornado directamente hacia la memoria de Configuración SRAM del propio CAB, se pueden construir circuitos auto modificadores. El SAR-ADC también puede ser utilizado para generar una cadena de datos seriales y un pulso de sincronismo. Estas dos señales pueden ser guiadas directamente a cualquiera de las dos celdas de salidas dedicada (configuradas en modo Salida Digital). Sólo los dispositivos Anx21E04 ofrecen este acceso directo al circuito SAR-ADC.

7.6.7. Tensión de Referencia y Generador IBIAS

Todo el procesamiento de las señales analógicas dentro del dispositivo está referenciado respecto a una Tensión de Referencia Principal (VMR), que normalmente tiene un valor de 2,0V. La señal VMR es obtenida de una fuente de referencia compensada en temperatura de alta precisión. Además de VMR, las señales VREF+ (1,5V arriba de VMR) y VREF˜ (1,5V por debajo de VMR), también son generadas por este dispositivo como se muestra en la siguiente Fig. 7.21. Hay dos versiones de VMR que ingresan a los CABs. VMR es utilizada para la carga de los capacitores y puede ser relativamente ruidosa. VMRClean es ruteada hacia los amplificadores operacionales dentro del CAB.

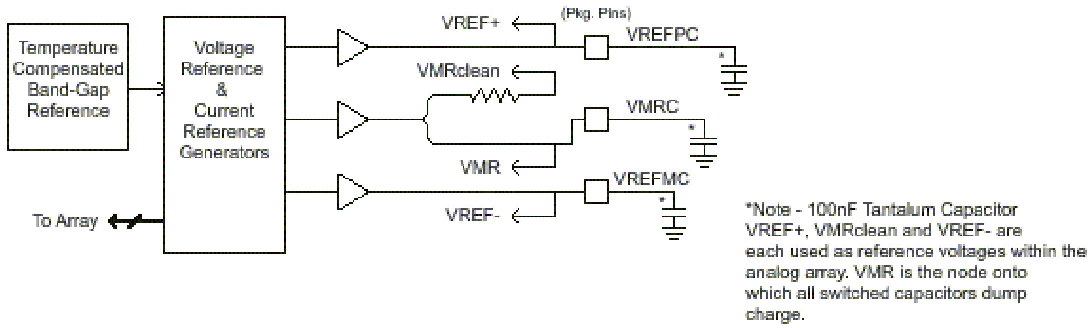


Figura. 7.21. Generación de la Tensión de Referencia y Corriente BIAS

Esta versión sin ruido de VMR es utilizada como la referencia a masa de los amplificadores operacionales para poder mejorar sus configuraciones de tiempo. Para obtener un rendimiento óptimo, se deben colocar capacitores externos de filtrado en VREFPC, VMRC y VREFMC. El valor recomendado para estos es de 80 a 100 nF. Para tener el mayor rendimiento posible, se deberían usar capacitores de baja inductancia en serie, es decir, de tantalio. En la mayoría de los casos, con el uso de capacitores cerámicos es suficiente.

7.6.8. Sistema de relojes

La Fig. 7.22 muestra una visión general del área del reloj y sus distintas características. No todas las características mostradas en este esquema están disponible en MODE = 1. El reloj usado por la lógica de configuración es suministrado por el pin DCLK. Éste puede tener conectado un reloj externo de hasta 40 MHz. También se puede conectar un cristal en serie en este pin. En este caso un circuito especial toma el control para formar un oscilador controlado por cristal, no necesitándose programación.

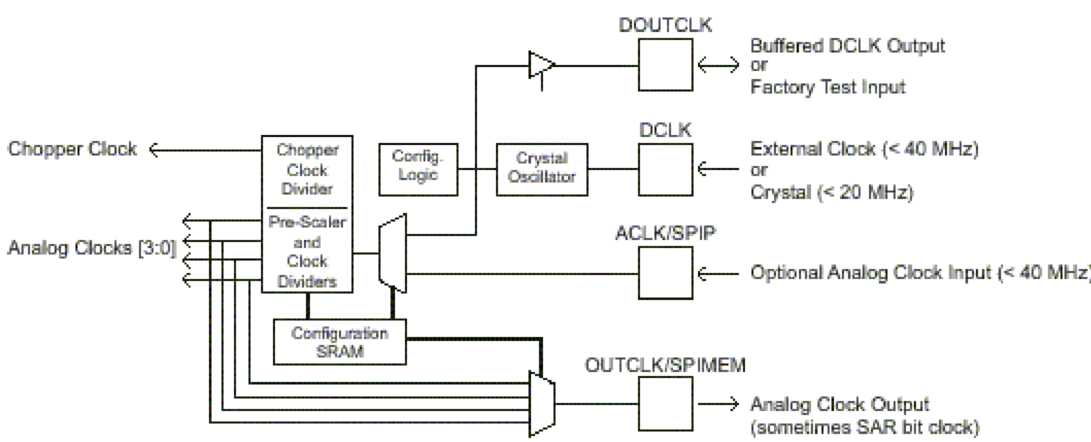


Figura. 7.22 .Área del reloj y sus características

Los relojes analógicos son suministrados por un único reloj maestro, ACLK o DCLK. La configuración del dispositivo determina qué entrada de reloj se usará como reloj maestro. Este reloj está dividido en 5 dominios. El primer dominio se suministra sólo a los amplificadores muestreados en las celdas de Entrada/Salida. Los otros cuatros dominios suministrados por un prescaler programable por el usuario alimentando cuatro divisores programables. Cada uno de estos dominios puede ser utilizado para manejar la lógica del SAR en el CAB o el circuito del capacitor conmutado dentro del CAB. El circuito de generación del reloj asegura que todos los relojes se sincronicen por flancos ascendentes.

7.7. Interfaz de usuario

AnadigmDesigner2 presenta una interfaz intuitiva y de fácil manejo. Incluye un conjunto de menús desplegables bien organizados con todas las funciones que necesita el usuario. Algunas de las funciones más utilizadas se encuentran en una barra de herramientas que se puede desplazar por toda la pantalla [3]. La ventana de diseño contiene la imagen de un dispositivo FPAA. En ella se muestran los pines externos de entrada y salida (están numerados para facilitar la referencia), las celdas de entrada o salida asociadas con ellos y una región grande en la cual se pueden ubicar los CAM y los cables de interconexión. En la Fig. 7.23 se puede apreciar la ventana de diseño de AnadigmDesigner2.

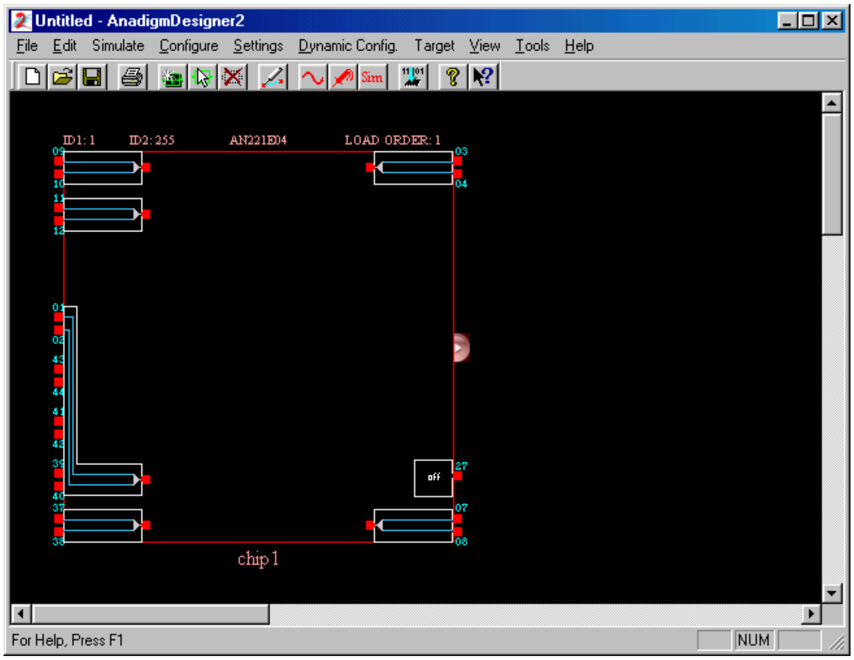


Figura. 7.23 Interfaz de usuario AnadigmDesigner2

7.7.1. Barra de herramienta y teclas asociadas

Cuando el programa se invoca por primera vez, aparece una barra de herramienta con las funciones más usadas debajo del menú desplegable y éstas, tienen teclas de acceso directo asociadas.

7.7.2. Simulador funcional

AnadigmDesigner2 incluye un simulador funcional en el dominio del tiempo que brinda la posibilidad de probar los circuitos implementados sin la necesidad de elementos extras. Si bien la precisión lograda no es la misma que en la realidad, es una alternativa conveniente para el diseñador. La Fig. 7.24 muestra la interfaz del simulador. El simulador presenta una interfaz simple e intuitiva, en la cual se deben seguir los pasos comunes a cualquier prueba de un circuito:

- Realizar las interconexiones en el circuito
- Colocar y configurar un generador de onda
- Colocar puntas de un osciloscopio
- Configurar los parámetros de simulación
- Correr la simulación

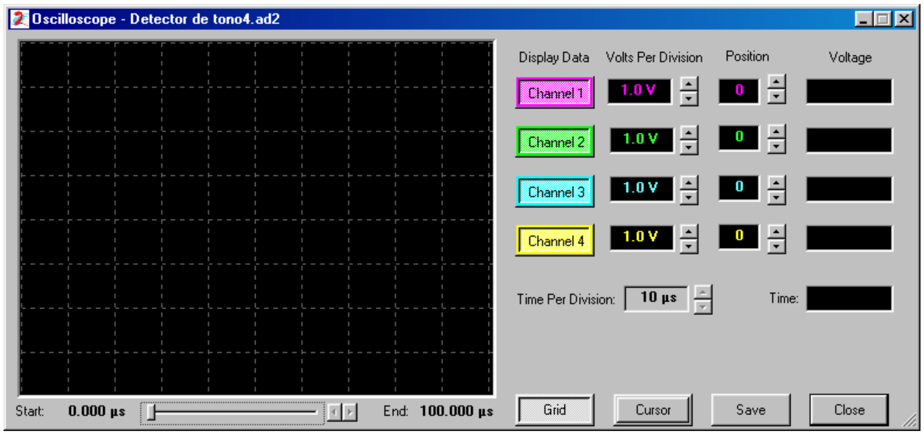


Figura. 7.24 Simulador funcional de AnadigmDesigner2

Una vez que la simulación ha concluido, en la pantalla se visualizan los resultados de ésta, con las formas de ondas obtenidas. El simulador está diseñado para ser usado sólo en circuitos donde los CAMs usen el mismo reloj. Aunque el diseñador pueda mezclar CAMs con distintos relojes, los resultados de la simulación pueden no ser correctos.

Para realizar la simulación, se pueden agregar al diseño hasta ocho generadores de señales distintos. Cada uno de los generadores se deben colocar en las celdas de entrada en forma simple o diferencial. Las formas de onda pueden ser función pulso (o tren de pulsos), seno, diente de sierra, triangular, cuadrada, etc. También se puede utilizar como fuente de señal un archivo de texto, con los valores separados por comas. En cada una de las distintas formas de onda, el usuario puede configurar los valores propios de cada señal. Para visualizar los resultados de la simulación se pueden emplear hasta cuatro puntas de osciloscopio distintas. Éstas se pueden colocar en cualquier terminal activo, entrada o salida de un CAM o celda de entrada o salida. El comando “Setup simulation” permite ajustar el tiempo de inicio y finalización de la simulación. Las unidades están en segundos. El paso de tiempo es calculado automáticamente como la ½ del período de la frecuencia más rápida del sistema de relojes. Los resultados de la simulación se presentan en forma gráfica para el posterior análisis. Cada forma de onda es del mismo color que la punta de prueba ubicada en el circuito. Pulsando los botones de cada canal, se puede alternar entre mostrar u ocultar la forma de onda. También se puede ajustar la tensión por división y posición de cada señal por separado. Se puede agregar un cursor vertical que permite visualizar la tensión y tiempo de cada señal. Cuando el cursor se mueve horizontalmente, los indicadores de tensión y tiempo se actualizan para reflejar el valor de la señal en ese momento. El control tiempo por división permite que las señales sean escaladas horizontalmente.

7.7.3. Información de Interfaz AnadigmDesigner2

Haciendo un clik en el botón situado a la mitad del sector derecho de la ventana de la interfaz (Fig. 7.24), se accede a la información del “Factor de ocupación” del FPAA, es decir, cuantos recursos (componentes) están disponibles en cada CAB (Ver Fig. 7.21). Esta ventana puede mantenerse abierta durante todo el diseño. Los recursos totales de cada CAB para un FPAA AN221E04 son: 2 amplificadores, un comparador, 8 capacitores y 1 SAR. A medida que los recursos se van usando, cambia de color el símbolo del componente a fin de indicar que no se dispone de él. Esta ventana puede cerrarse haciendo un clik en el extremo superior derecho de la misma.

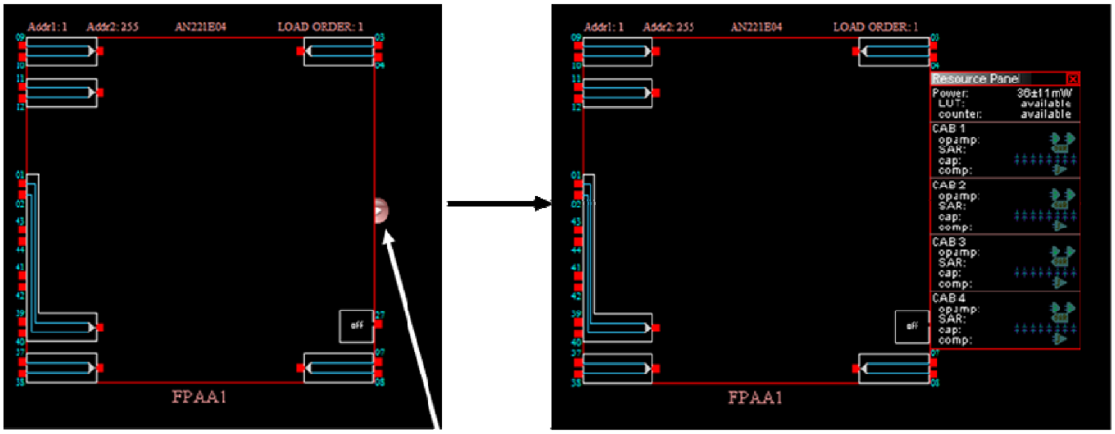


Figura. 7.24. Panel de recursos de componentes

En el extremo inferior derecho de la ventana de diseño se encuentra un cuadrado con la palabra off en su interior. Haciendo un clik sobre él se tiene acceso por un lado, a la información técnica dada por fabricante (Fig. 7.25) y por otro, se puede acceder al código C en caso de haberlo implementado. En caso de no haber implementado código lo indica con texto como se observa en la Fig. 7.26.

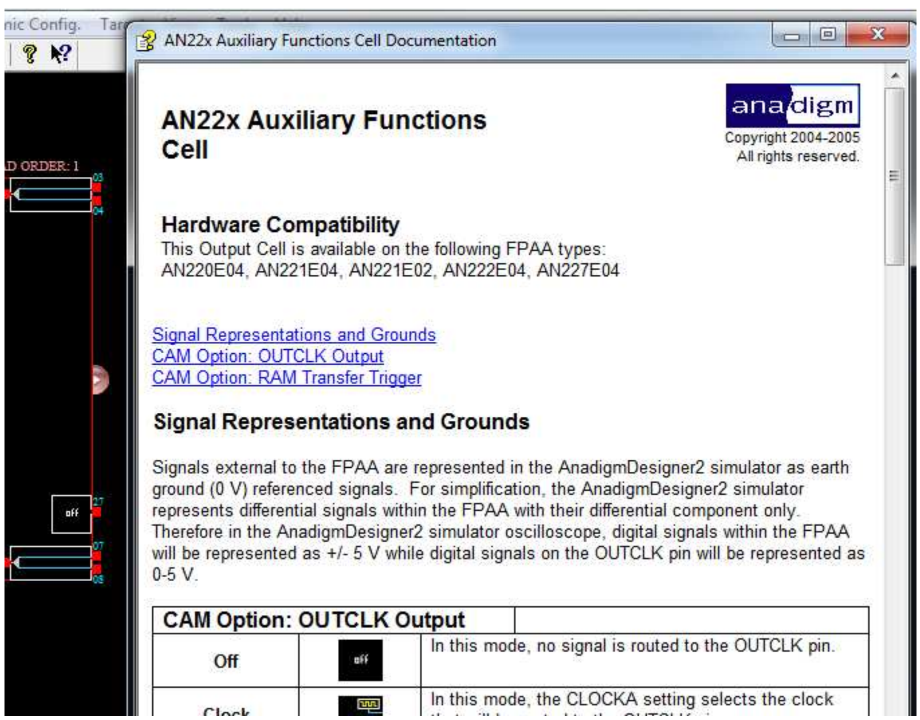


Figura. 7.25. Información técnica auxiliar



Figura. 7.26. Información del Código C

Con un clik sobre el símbolo de cualquier entrada o salida (Fig. 7.27), la interfaz responde con el nombre y las opciones.

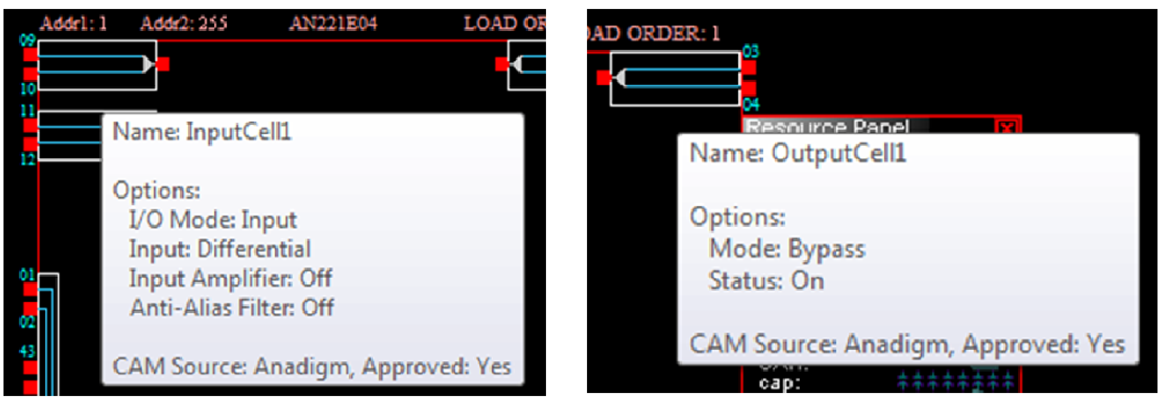


Figura 7.27. Información sobre las opciones de entrada-salida

Si el clik se hace sobre los terminales de entrada o salida (Fig. 7.28), la interfaz responde con el número de contacto y su respectivo ID.

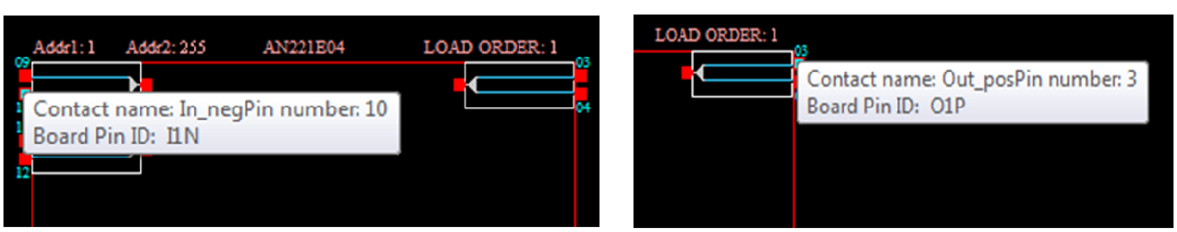


Figura 7.28. Información del terminal de entrada-salida

7.7.4. Herramienta para el diseño de Filtros

AnadigmDesigner2 incluye dos herramientas extras para el diseño, "AnadigmFilter" y "AnadigmPID". El primer comando es una herramienta intuitiva y extremadamente

poderosa para el desarrollo de filtros. Se ingresan los parámetros básicos que definen un filtro y “AnadigmFilter” regresa los CAMs con los parámetros y conexiones necesarias para la implementación. “AnadigmPID” es una aplicación para la construcción de circuitos de control Proporcional-Integrativo-Derivativo.

Si se hace un clik en Tools se despliegan dos ventanas: El diseño del filtro se lleva a cabo utilizando la herramienta AnadigmFilter incluida en el software AnadigmDesigner2. Ésta genera el circuito y la configuración necesaria de los CAMs para obtener la respuesta deseada para la aplicación. Permite generar filtros pasa bajos, pasa altos, pasa banda y suprime banda, basados en las funciones de aproximación Butterworth, Chebyshev, Chebyshev inverso, Cauer y Bessel. En la Fig. 7.29 se muestra la pantalla de AnadigmFilter donde se ha implementado un filtro pasa banda Butterworth. A la derecha del Bode se encuentra una ventana donde se ingresan los parámetros del filtro a diseñar. Se puede elegir el gráfico de magnitud en dB, o en veces. También se puede elegir que la fase esté en grados o en radianes y en caso de necesitarse, puede mostrar el retardo de grupo del filtro.

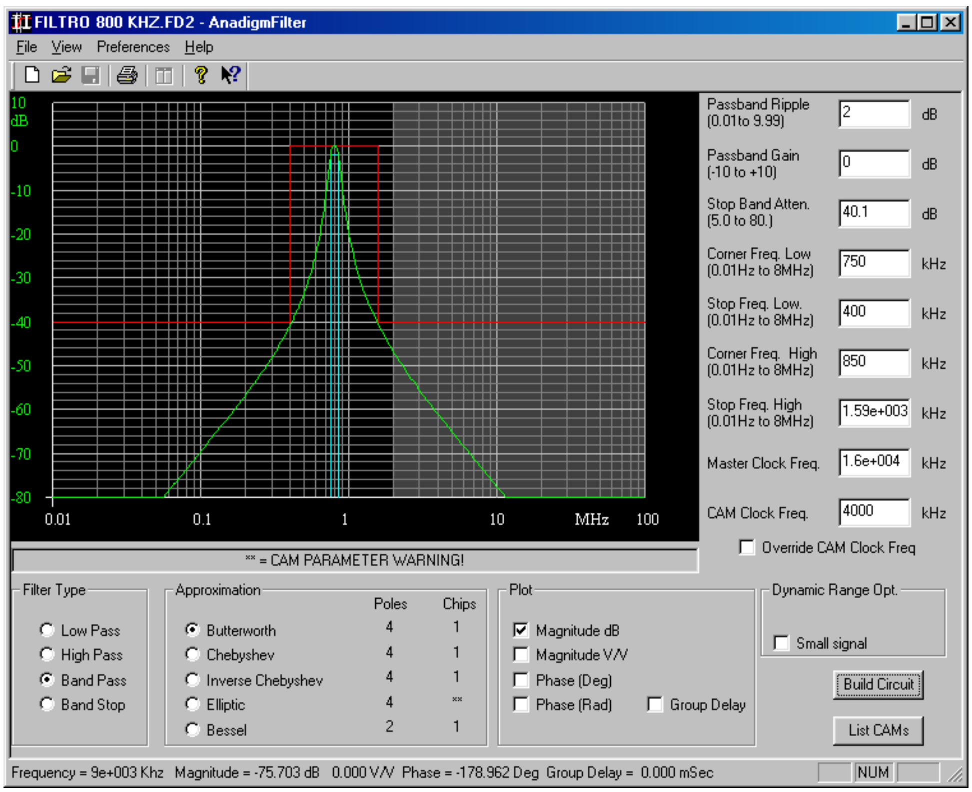


Figura 7.29. Pantalla de AnadigmFilter
(En rojo, la ventana de filtrado del filtro ideal)

Cuando se logra la respuesta esperada del filtro, haciendo un clik en “Build Circuit” se genera en la pantalla de AnadigmDesigner2 la estructura final del filtro.

7.7.4. Ejemplo del uso de la herramienta AnadigmFilter

Suponiendo que se desee implementar un filtro pasa bajos Butterworth con frecuencia de corte de 1kHz, ganancia en la banda de paso de 0 dB, atenuación de -30dB a 4kHz [7]. La respuesta del filtro (línea verde) se observa en la Fig. 7.30. Con color azul se indica la frecuencia de corte ideal en el punto de -3.01dB. Haciendo un clik en “Build Circuit”, se genera en AnadigmDesigner2 el circuito del filtro como se observa en la Fig. 7.31.

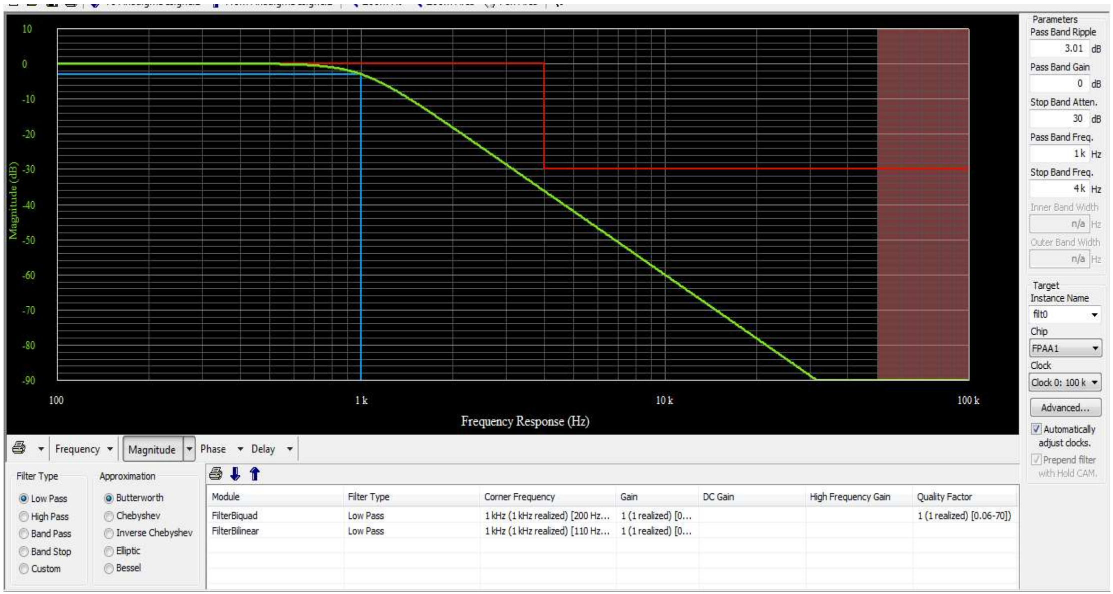


Figura. 7.30. Filtro pasa bajos en ambiente AnadigmFilter

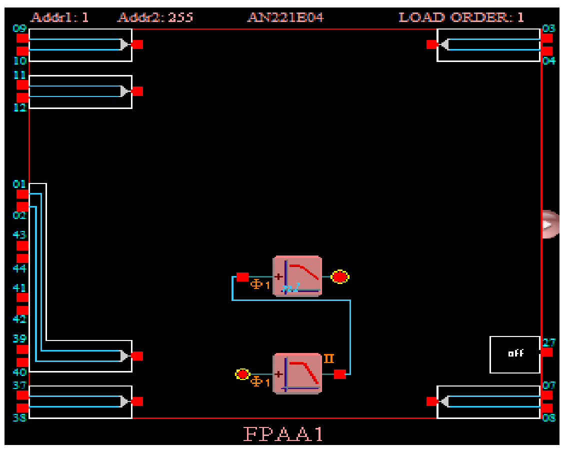


Figura. 7.31. Filtro pasa bajos implementado

Poniendo la flecha de mouse sobre el terminal de entrada de señal al filtro y llevándolo a una de las entradas del FPAA, queda conectado el filtro a la entrada del dispositivo. Para conectar las salidas se repite el procedimiento. A continuación se ponen sobre los terminales que se desea visualizar las formas de onda, las puntas de prueba, accesible en la parte superior de la interfaz. Finalmente se debe conectar en los terminales de entrada el generador para excitar al circuito. El lector que tenga experiencia con PSpice, Simetrix u otro simulador, le resultará inmediato realizar las conexiones, disponer de las puntas de prueba y conectar el generador de señales ya que es idéntico. En la Fig. 7.32 se muestra el circuito del filtro listo para simularlo. Como puede observase, se ha desplegado la ventana que indica el factor de ocupación final de las cuatro CABs. Analizado la información, se tiene:

CAB1: 8 capacitores, 2 Ao
Disponible: SAR y 1 comparador
CAB2: 3 capacitores, 1 Ao
Disponible: 1 Ao, 5 capacitores, SAR y 1 comparador
CAB3: Sin ocupar

Disponible: 8 capacitores, 2 Ao, SAR y 1 comparador

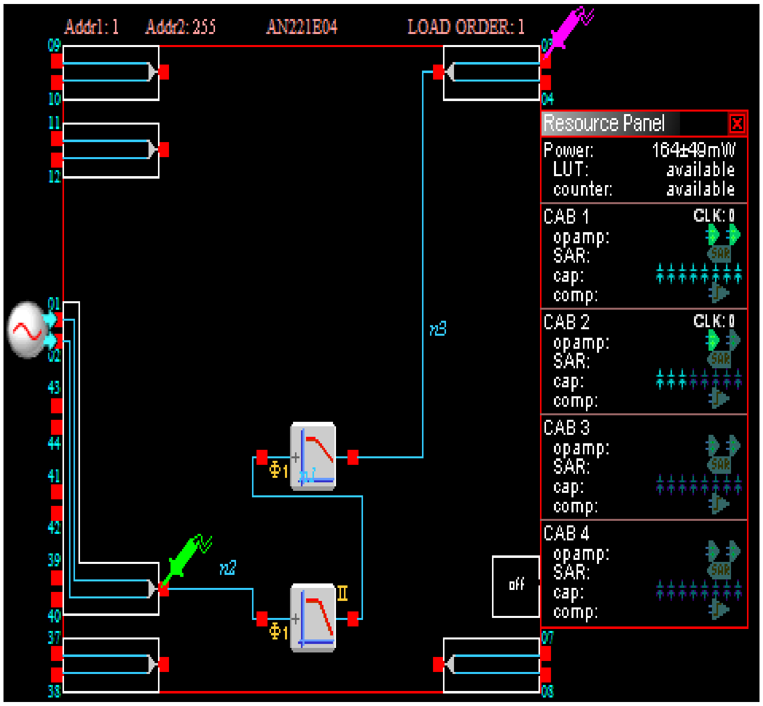


Figura. 7.32. Conexiones realizadas y recursos usados

CAB4: Sin ocupar
Disponible: 1 Ao, 5 capacitores, SAR y 1 comparador

A partir de esta información se deprende que sólo se ha usado alrededor del 15% del total de los recursos del FPAA. Para realizar el ensayo del circuito queda, elegir los parámetros del generador de señales y los parámetros de la simulación. Haciendo un clik sobre el símbolo del generador, se ingresa a la ventana de control del mismo, como se observa en la Fig. 7.33. Para este caso, se ha elegido: generador senoidal de salida diferencial, frecuencia de 1kHz y una amplitud de 1Vpp.

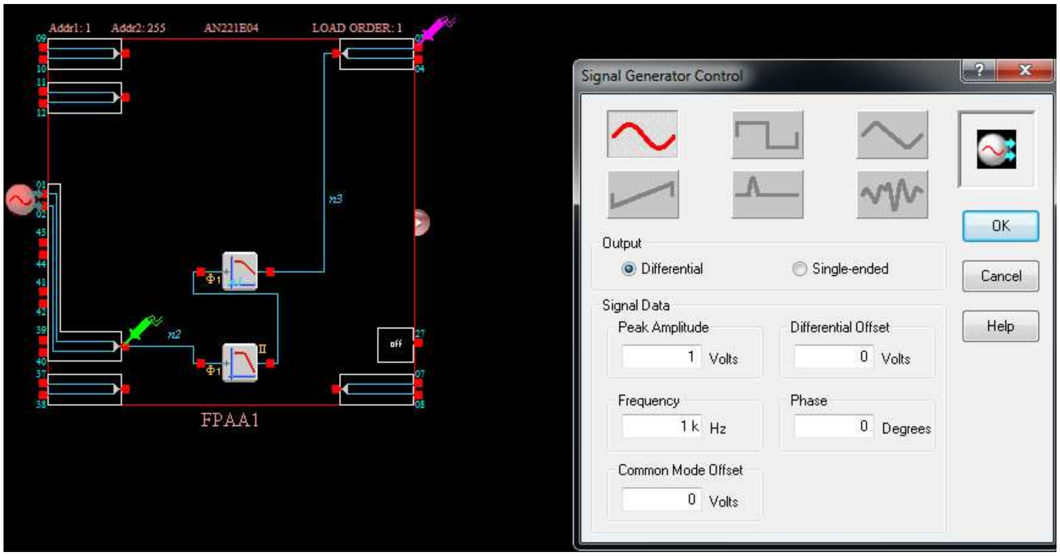


Figura. 7.33. Configuración del generador de señales

Haciendo un clik en “Setup Simulation” se programa los parámetros de la simulación, como se indica en la Fig. 7.34. Para este caso, los tiempos de inicio y de finalización se fijaron en 0 segundos y 1 minuto, respectivamente. Como se observa, es muy parecido al Pspice y Simetrix, incluso más sencillo, porque sólo permite un solo tipo de simulación.

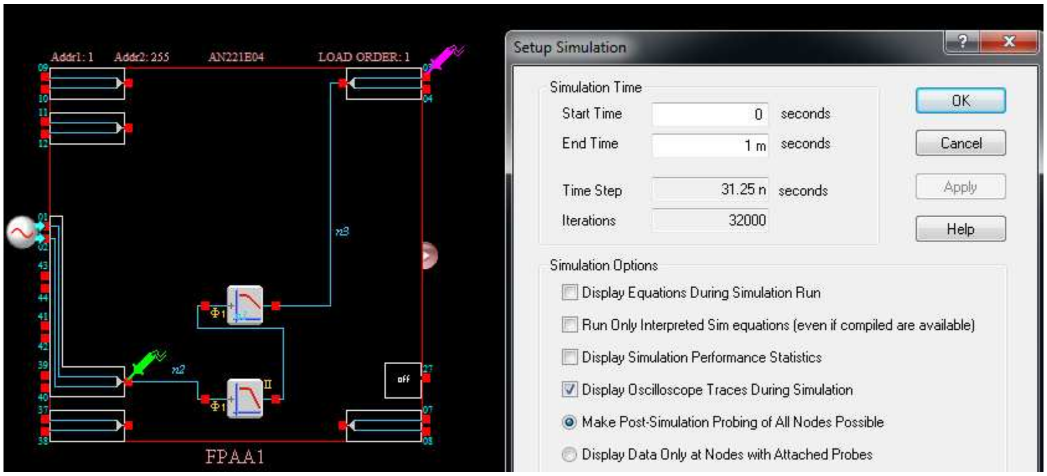


Figura. 7.34. Configuración de la simulación

Finalmente, se oprime el botón “Sim”, se realiza la simulación y al finalizar, se abre el simulador mostrando el resultado de la simulación, tal como se observa en la Fig. 7.35. De acuerdo a los colores de las puntas de prueba, se tiene que el registro superior está indicando la evolución de la salida del filtro y la inferior la señal entregada por el generador de señales. Se observa que la salida presenta un desfasaje de casi 180 grados respecto de la entrada, ya que cada filtro pasa bajos desfasa teóricamente 90 grados, cada uno. También se observa que la amplitud de la señal de salida del dispositivo es inferior a la amplitud entregada por el generador. Como la frecuencia de señal de excitación es de 1kHz, de igual valor que la frecuencia de corte elegida, el filtro ya está atenuando, por ello es lógico la diferencia de amplitudes.



Figura. 7.35. Resultado de la simulación

En este momento es importante mostrar que la parte más débil de AnadigmDesign2 se encuentra en generador de señales ya que no permite realizar entre otros, un barrido de frecuencia, fundamental para aplicaciones donde están involucrados filtros.

7.7.5. Resumen de la Familia Anadigm

Las características generales de los FPAA que componen la Familia Anadigm se enumeran en la Tabla 7.5.

	ANADIGMVORTEX				
	AN221E02	**AN120E04**	**AN121E04**	**AN220E04**	**AN221E04**
Tensión de Alimentación Señales de Entrada/Salida	5V Simple o Diferencial	5V Simple o Diferencial	5V Simple o Diferencial	5V Simple o Diferencial	5V Simple o Diferencial
Arquitectura Interior	Diferencial	Diferencial	Diferencial	Diferencial	Diferencial
Offset DC de Entrada	<100uV	<100uV	<100uV	<100uV	<100uV
SNR	80dB BroadBand 100dB NarrowBand	80dB BroadBand 100dB NarrowBand	80dB BroadBand 100dB NarrowBand	80dB BroadBand 100dB NarrowBand	80dB BroadBand 100dB NarrowBand
Ancho de Banda (Depende de la Aplicación)	DC - 2 MHz	DC 2 MHz	DC - 2 MHz	DC - 2 MHz	DC - 2 MHz
Reflección Cross Talk	>70dB	>70dB	>70dB	>70dB	>70dB
Tamaño del Arreglo	Arreglo de CAB de 2x1	Arreglo de CAB de 2x2	Arreglo de CAB de 2x2	Arreglo de CAB de 2x2	Arreglo de CAB de 2x2
Recursos de los CAB	2 Amp. Op. Completamente Diferenciales	2 Amp. Op. Completamente Diferenciales	2 Amp. Op. Completamente Diferenciales	2 Amp. Op. Completamente Diferenciales	2 Amp. Op. Completamente Diferenciales
	8 Bancos de Capacitores Duales	8 Bancos de Capacitores Duales	8 Bancos de Capacitores Duales	8 Bancos de Capacitores Duales	8 Bancos de Capacitores Duales
	Registro de Aproximaciones Sucesivas de 8 bits	Registro de Aproximaciones Sucesivas de 8 bits	Registro de Aproximaciones Sucesivas de 8 bits	Registro de Aproximaciones Sucesivas de 8 bits	Registro de Aproximaciones Sucesivas de 8 bits
	1 Comparador de Alta Velocidad	1 Comparador de Alta Velocidad	1 Comparador de Alta Velocidad	1 Comparador de Alta Velocidad	1 Comparador de Alta Velocidad
Funciones Adicionales	Tabla de Verdad (LUT) Contador Programable	Tabla de Verdad (LUT) Contador Programable	Tabla de Verdad (LUT) Contador Programable	Tabla de Verdad (LUT) Contador Programable	Tabla de Verdad (LUT) Contador Programable
	Conversor A/D basado en SAR de 8 bits		Conversor A/D basado en SAR de 8 bits		Conversor A/D basado en SAR de 8 bits
Tiempo de Carga de Datos	1,8-120 useg	1,8-120 useg	1,8-120 useg	1,8-120 useg	1,8-120 useg
Entradas/Salidas	1 Entrada/Salida	3 Entrada/Salida	3 Entrada/Salida	3 Entrada/Salida	3 Entrada/Salida
	1 Entrada/Salida con Multiplexor 4:1	1 Entrada/Salida con Multiplexor 4:1	1 Entrada/Salida con Multiplexor 4:1	1 Entrada/Salida con Multiplexor 4:1	1 Entrada/Salida con Multiplexor 4:1
	2 Salidas Dedicadas	2 Salidas Dedicadas	2 Salidas Dedicadas	2 Salidas Dedicadas	2 Salidas Dedicadas
Modo de Reconfiguración	Estática y Dinámica	Estática	Estática	Estática y Dinámica	Estática y Dinámica
Cantidad de Pines/Encapsulado	44 QFP	44 QFP	44 QFP	44 QFP	44 QFP
Dimensiones del Encapsulado (mm)	10x10x2	10x10x2	10x10x2	10x10x2	10x10x2

Tabla 7.5. Resumen de los FPAA de Anadigm

7.8. Ejemplo de Aplicación

A continuación se mostrará un ejemplo de las ventajas del uso de esta tecnología aplicado a señales sísmicas, en especial, a las generadas en laboratorio con la finalidad de determinar propiedades geofísicas del suelo [8,9]. Básicamente se trata de emitir una señal acústica por medio de un transductor piezoeléctrico, con frecuencia central de 6kHZ y detectar el instante de tiempo en que la señal arriba a un transductor similar usado como receptor. A esta técnica se la denomina de “pulso-eco”. Para obtener el tiempo entre la emisión y recepción (tt) existen numerosos métodos, a continuación se hará una breve

referencia al método del umbral, dado que ha sido el más empleado por su simplicidad. En las Figs. 7.36 y 7.37 se muestran las formas de onda y el diagrama en bloques para el caso ideal [10].

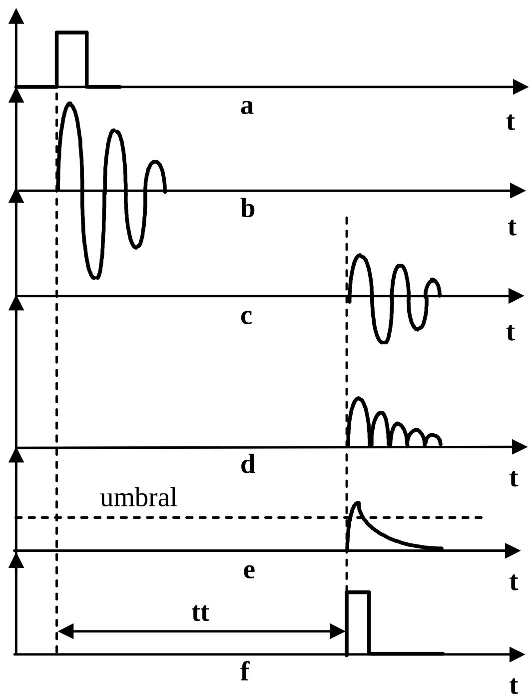


Figura. 7.36 Pulso-eco. Formas de ondas para el caso ideal

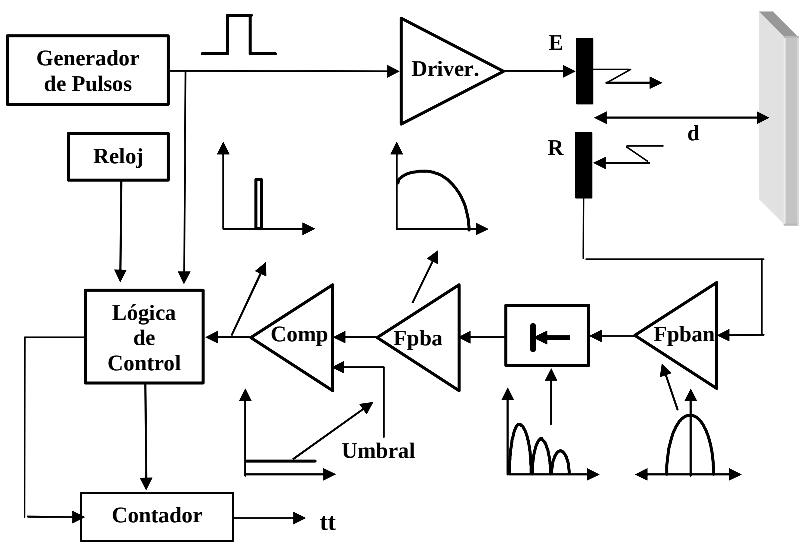


Figura. 7.37. Esquema del método de pulso-eco y detección por umbral

En primer lugar, se realiza un disparo y simultáneamente se habilita un contador. Una vez recepcionada, la señal de arribo, es amplificada y filtrada con un filtro pasa banda (Fpban) sintonizado a la frecuencia del transductor. A continuación se rectifica y filtrado con un filtro pasa bajos (Fpbaj) para obtener la envolvente, la que se compara con un umbral de detección (comp). En el instante en que la amplitud de la envolvente supera el nivel del umbral, se detiene el contador. En la gráfica superior de la Fig. 7.38 (a) se tiene la excitación del emisor, en (b) su respuesta, en (c) la señal de arribo es rectificada, filtrada y

comparada con el umbral de detección en (d) y (e) respectivamente. Finalmente, se tiene el pulso de salida del detector, indicando el tt (f). El objetivo es reemplazar al filtro pasa banda, al rectificador, al filtro pasa bajos y al comparador por un AN221E04, haciendo previamente un estudio de las señales en ambiente de simulación. Se generaron en ambiente MATLAB® unas señales de prueba para corroborar la limitación en frecuencia del FPAA. La frecuencia de las señales se fija en 500kHz, 1MHz y 2MHz y la relación SNR se fija en 20dB, valor típico de este tipo de señales.

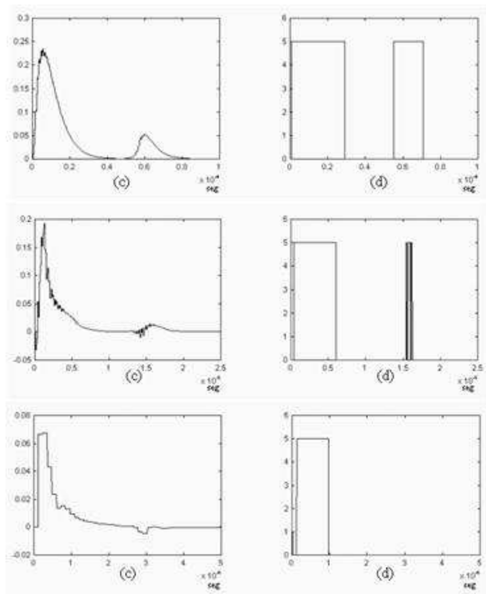


Figura. 7.38. Envolventes y detección de señales simuladas de 500kHz, 1MHz y 2MHz en ambiente de simulación

Analizando los resultados anteriores se puede concluir que la principal limitación del dispositivo es la frecuencia de trabajo, ya que al aumentar ésta se distorsiona la señal de salida y en algunos casos no se puede detectar el umbral especificado. Esta conclusión era de esperar ya que se trata de una estructura analógica basada en la técnica de capacitor conmutado. En simulación, el ruido de la señal es eliminado casi por completo con el filtrado pasa banda y no influye en la detección del umbral. Esto ultimo no ocurrirá en la práctica. En la Fig. 7.39 se encuentra el diagrama en bloques para la implementación del sistema con el FPAA.

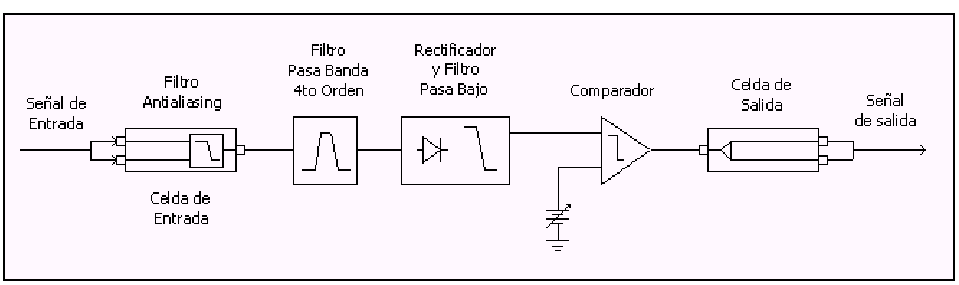


Figura. 7.39. Diagrama en bloques de un detector de umbral

El primer paso consiste en implementar un filtro anti-aliasing, el cual permite reducir el efecto escalera en la señal, debido a la conmutación de los capacitores durante el funcionamiento del dispositivo. Todas las celdas de entrada permiten implementar filtros anti-aliasing sin la necesidad de componentes externos. Para este caso en particular, se

implementó el filtro con una frecuencia fijada en 10kHz. Éste filtro, limita la banda de la señal de entrada por debajo de las frecuencias de muestreo presente en el dispositivo. De esta manera se previene los inconvenientes no deseados del aliasing. El segundo bloque de procesamiento de la señal es un filtro pasa banda de 4to orden. El diseño del filtro se lleva a cabo utilizando la herramienta AnadigmFilter

Las especificaciones dadas para este filtro fueron ganancia en la banda de paso 0dB y atenuación en la banda de rechazo 40dB. Seguido al filtro pasa banda se introduce un rectificador de onda completa con un filtro pasa bajo. La frecuencia de corte se fijó inicialmente en 33kHz y luego se fue duplicando a medida que aumentaba el valor de la frecuencia hasta llegar a 264kHz para poder detectar el eco del pulso. En esta etapa se aprovechó al máximo las características de configuración del CI, ya que el ajuste fino no tuvo ningún inconveniente y se logró el resultado deseado, sin la necesidad de procedimientos de ajuste como sucede con componentes discretos. El último bloque que completa el diseño es un comparador con referencia variable. La Fig. 7.40 muestra la estructura final del detector de umbral.

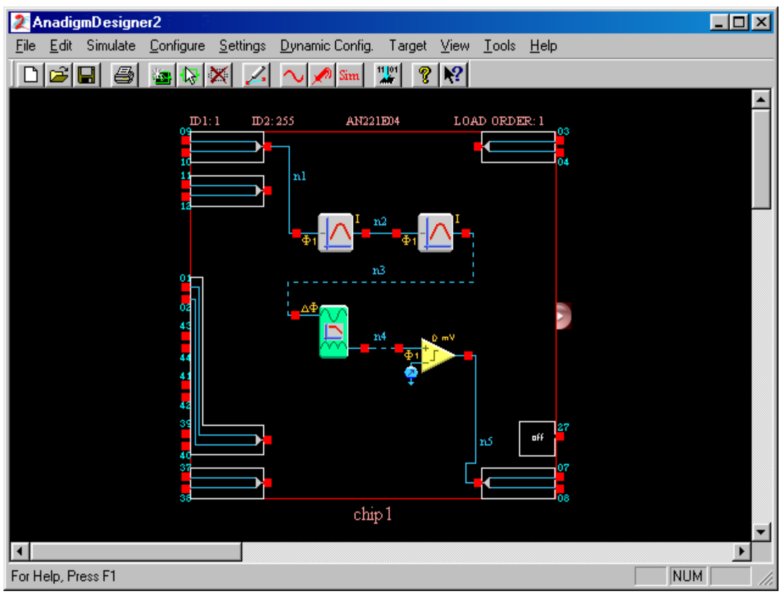


Figura. 7.40. Esquema final del detector de umbral

La línea que une la salida del filtro pasa banda con la entrada del detector de envolvente aparece entre cortada. Esto representa un “warning” del sistema avisando que se usaron señales de reloj con diferentes fases en los bloques citados y que puede haber errores a la hora de la implementación. En la parte superior de la Fig. 7.41 se muestra la señal recibida y a la salida del filtro pasa banda y en la parte inferior, la envolvente y la salida del comparador, De esto, se tiene, que la detección del tiempo de tránsito es excelente ya que el error de detección fue aproximadamente del 1%.

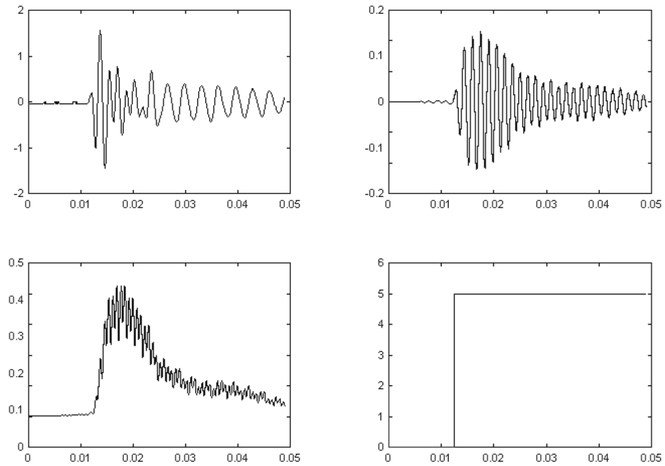


Figura 7.41. Señal de entrada (superior izquierda), salida del filtro pasa banda (superior derecha), salida del filtro pasa bajo (inferior izquierda) y salida del comparador (inferior derecha)

7.9. Generación de una aplicación desde AnadigmDesigner2

En los apartados anteriores se ha trabajado sólo con la herramienta AnadigmFilter y no se ha mostrado el caso más común de cómo se puede generar un circuito desde la interfaz de usuario. AnadigmDesigenr2 posee un banco de circuitos analógicos básicos (CAM) disponibles, como se muestra en la tabla 7.6.

Conversor Análogo Digital (SAR-ADC)	Integrador inversor
Filtro bilineal	Sumador inversor
Filtro bicuadrático	Multiplicador
Fuente de tensión continua (DC)	Generador de onda periódica
Comparador diferencial	Rectificador con salida pasa bajos
Diferenciador	Sample & Hold
Divisor	Oscilador seniodal
Etapa de salida con limitación de tensión	Raíz cuadrada
Etapa de ganancia con control de polaridad	Sumador/diferenciador y filtro pasa bajos
Etapa de ganancia con entradas conmutables	Fuente controlada de tensión
Etapa de ganancia de media onda	Función de trasferencia de tensión
Rectificador de media onda inversor	Rectificador de media onda

Tabla 7.6. CAM disponibles

Para seleccionar una CAM, se hace un clik sobre el botón con el símbolo de CMA y se despliega una pantalla con los CAM disponibles (Fig. 7.42). A la derecha se tiene dos opciones; “Create CAM” y “CAM Documentatión”. Independientemente de la opción que se elija, primero hay que seleccionar un CAM. Si se oprime “CAM Documentatión”, se despliega una ventana con la información técnica del CAM seleccionado (similar a lo visto en la Fig. 7.25).

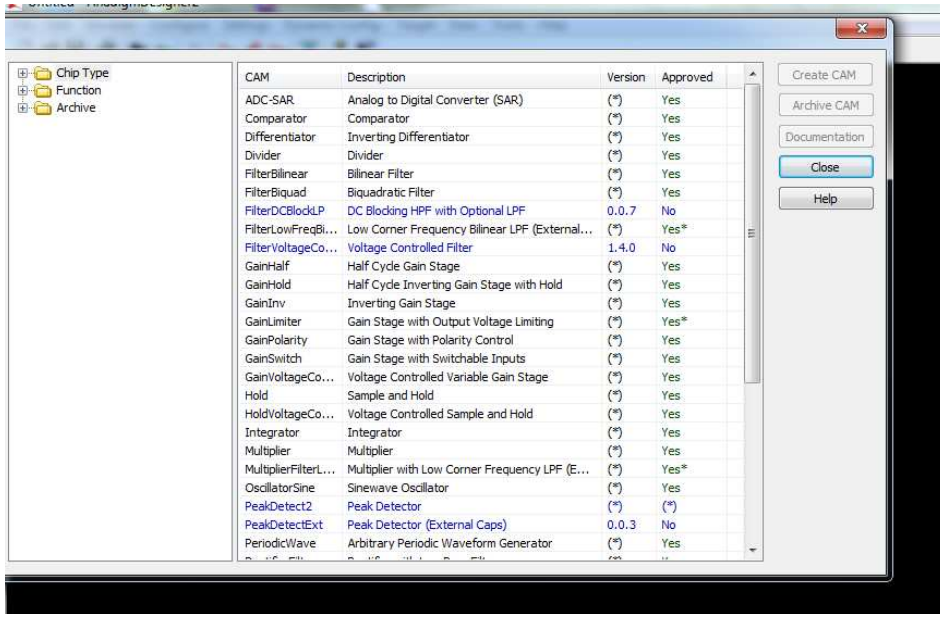


Figura 7.42. Selección de un CAM

Cuando se presiona “Create CAM”, aparece otra ventana con el símbolo, los parámetros específicos del CAM seleccionado y las opciones para volcar los valores adoptados. La Fig. 7.43 muestra la selección de una etapa de filtro bicuadrado y sus parámetros asociados. En el momento de finalizar el diálogo, el sistema retorna al ambiente de trabajo quedando incorporado el CAM seleccionado.

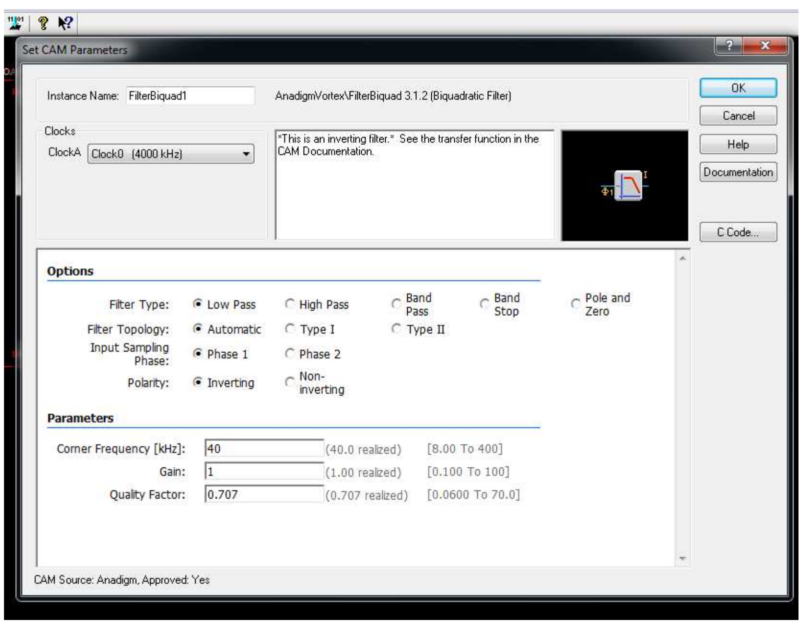


Figura 7.43. Estructura y parámetros del filtro bicuadrado seleccionado

A la derecha y debajo de la figura del CAM seleccionado el botón “C Code” se puede acceder al código C del mismo tal como se muestra a continuación. Oprimiendo el botón “OK” o “Cancel” se retorna al ambiente de trabajo.

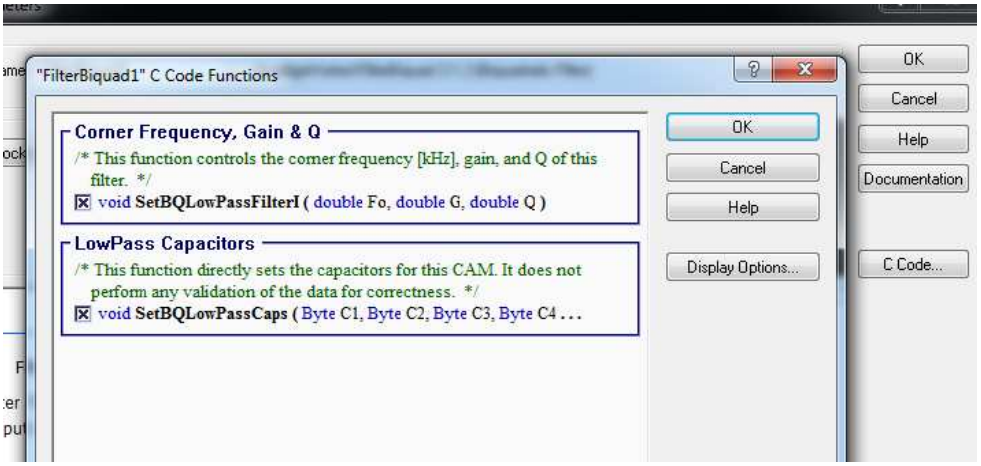


Figura 7.44. Estructura y parámetros Código C
del filtro bicuadrado seleccionado

Una vez finalizado el diseño y ensayado con las herramientas provistas por el software, puede transferirse al FPPA (se necesita disponer de la respectiva interfaz), mediante el botón “Target”. Seleccionándolo hay que seguir la opciones que presenta.

7.9. Reconfiguración Dinámica

Una de las posibilidades más importantes de esta tecnología es permitir que una aplicación que ha sido implementada, pueda ser susceptible a que se modifiquen parámetros y/o estructura, mientras se encuentre conectado el dispositivo.

Después que un circuito analógico ha sido diseñado usando un sistema de desarrollo o de evaluación, el archivo con los datos del diseño de la configuración puede ser cargado en el interior de una memoria EEPROM. De esta forma, el FPAA puede ser inicializado desde la EEPROM cuando se alimenta (power-on) o cuando se fuerza la inicialización (reset). Esta es una forma de configuración estática porque la programación del FPAA debe empezar de cero cuando se aplica energía al circuito o cuando el sistema se reinicia, no mientras se encuentra trabajando.

Esto se conoce en inglés como “reconfiguration on-the-fly” (*sobre la marcha y al mismo tiempo*) y es realizado conectando el FPAA a un microprocesador usado como host como se observa en la Fig. 7.45. De esta forma es posible realizar reconfiguración estática y dinámica. Para la reconfiguración estática, se requiere de una secuencia de inicialización antes de que el archivo de datos sea transferido por el host al FPAA. En el caso de reconfiguración dinámica, el archivo de datos del diseño puede ser transferido vía “on-the-fly” durante un ciclo de reloj sin inicializar el sistema.

La reconfiguración dinámica es especialmente útil en aplicaciones donde ciertos parámetros del diseño inicial deben ser ajustados o actualizados sin interrumpir la operación del sistema.

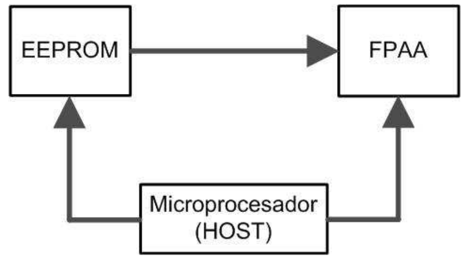


Figura 7.45. Diagrama en bloques simplificado
para reconfiguración dinámica

El software de AnadingDesigner2 usa código C para crear y descargar datos “on-the-fly” desde la EEPROM al FPAA bajo control del HOST, en respuesta a los requerimientos de cambios en el FPAA. Cada CAM tiene asociado funciones en código C que son usadas para manipular sus parámetros programables. Un ejemplo de la aplicación del código C puede ser el caso de un filtro ajustable donde el número y tipo de etapas del filtro son fijas, pero la frecuencia crítica, el Q y la ganancia requieren ajustes periódicos “on-the-fly”.

Por ejemplo, para una aplicación específica se necesita implementar un circuito que cuente con rectificador seguido de un filtro pasa bajos. La función en código C es:

setRectFilter	Descripción	Esta función retorna la frecuencia esquina y la ganancia del filtro
	Sintaxis	**#include “CAMCode.h”** **Doublé setRectFilter (CAM nCAM, double Fo, double G)**
	Parámetros	**nCAM** – El CAM que será configurado **Fo** – Frecuencia esquina deseada del filtro **G** – Ganancia deseada en la banda de paso del filtro
	Valor de retorno	Frecuencia de corte realizada por la función, expresada como valor doble flotante

7.9.1. Construyendo el software para control dinámico

Hay dos métodos para construir el control dinámico: “Algorithmic” y “State-Driven”.

Algorithmic
La configuración dinámica utiliza algoritmos de software que genera automáticamente en tiempo real en el micro-procesador local para calcular los datos de actualización parcial o total de los parámetros de alto nivel.

State-Driven
La configuración dinámica está dirigido a microcontroladores con pocos recursos de procesamiento aritmético, para calcular de forma dinámica nuevos estados.

El usuario puede emplear cualquiera de los dos para implementar la configuración ingresando en la barra de herramientas en “Dynamic Configuration”. A continuación veremos cómo se trabaja con el método Algorítmico.

APIs Exportando código C
Una vez finalizado el diseño, AnadigmDesigner®2 puede generar funciones incorporadas en código C, que permiten la manipulación de ese diseño bajo el control de software, sin que el usuario tenga que saber detalles de configuración en bajo nivel. La Fig. 7.46 indica

el directorio de destino donde se encuentran los archivos de trabajo.

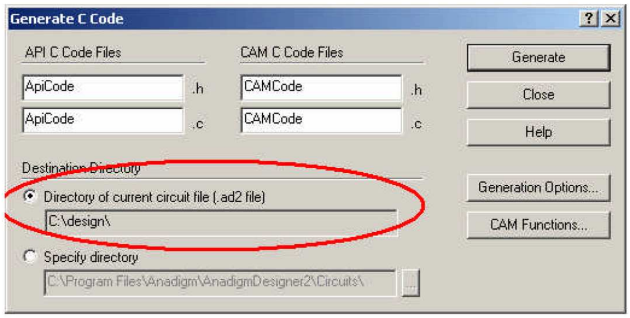


Figura 7.46. Generando y exportando código C

Antes de generar el código, podemos ver los códigos. Al seleccionar "Funciones CAM ..." da el siguiente diálogo:

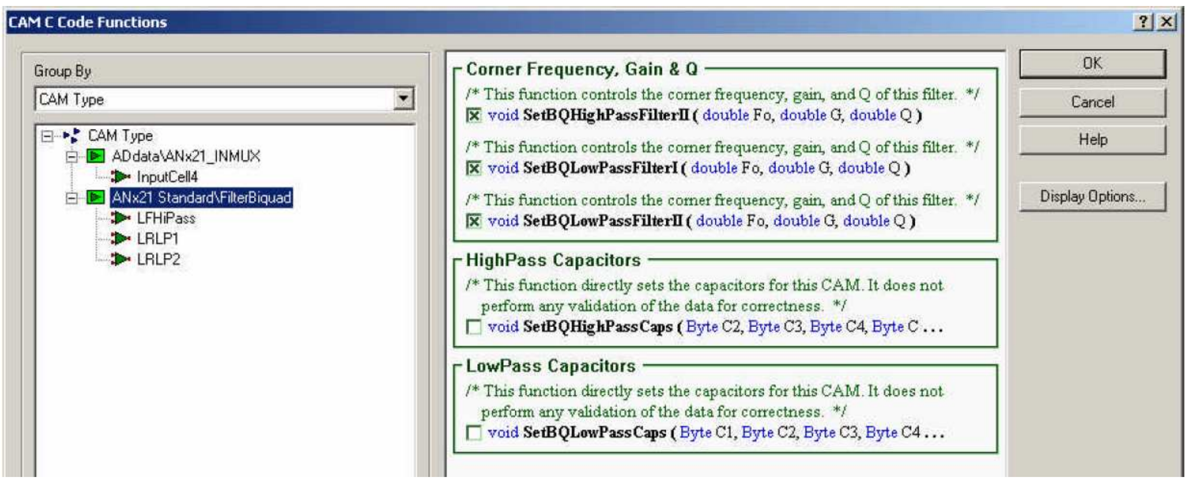


Figura 7.47. Códigos de las funciones CAM

ApiCode.c, ApiCode.h:
Se dispone de las funciones para el control de configuración a nivel de chip (frecuencias de reloj, primaria, configuraciones, etc): CAMCode.c, CAMCode.h.

A continuación se muestra un ejemplo de una biblioteca en C llamada "SubFiltCode" que contiene funciones para entregar al FPAA una actualización dinámica completa. Por ejemplo, una de las funciones disponibles es "SetBQLowPassFilterII_LRLP1 ()", que toma los parámetros (Fo, G, Q). Se llevan a cabo todos los pasos necesarios para realizar una completa reconfiguración dinámica de la instancia LRLP1 en el interior de un filtro bicuadrado pasa bajos de cuarto orden.

```
//--------------------------------------------------------------
//Esta función controla la frecuencia de corte, la ganancia y el Q de un filtro
//bicuadrado pasa bajos de cuarto orden
//--------------------------------------------------------------
void SubFiltCode: :SetBQLowPassFilterII_LRLP1(double Fo, double G, double Q)
	{

	//Puesta a cero del buffer de datos
```

```
        an_ClearReconfigData(an_SubFilt);
        //Llama a la función de filtrado
        an_SetBQLoPassFilterII(an_SubFilt_LRLP1, Fo, G, Q);

        //Do de configuración
        int dataSize = 0;
        const  an_Byte* pData = an_GetReconfigData(an_ SubFilt, &dataSize);
        ConfigureChip(pdata, dataSize);

        }
-----------
//----------------------------------------------------------
```

El lector interesado en profundizar esta herramienta puede consultar las referencias [11, 12]. En la segunda, se describe cómo crear una biblioteca de enlace dinámico (DLL) a partir de los archivos de código C AnadigmDesigner2 generados. La DLL permite con otro programa, llamar tanto una función de configuración primaria como a una función de reconfiguración.

7.10. Conclusiones

En este capítulo abordamos el estudio de los arreglos analógicos configurables por campo, denominados en forma abreviada como FPAA. Al principio, realizamos una revisión histórica de la evolución de estos dispositivos. Estudiamos los productos de tres fabricantes: Zetex, Lattice y Anadigm. La firma Zetex se especializó en dispositivos programables especialmente desarrollados para generar funciones analógicas básicas aplicables al área de las altas frecuencias, basándose en tecnología de tiempo continuo.

Lattice se concentró en sistemas para bajas frecuencias y frecuencias medias que pudieran aplicarse a diseños en las áreas tanto de filtrado como de control, que podía configurarse en tiempo real sin desconectar el dispositivo. Igual que Zetex, se basó en tecnología de tiempo continuo. Dentro de este contexto desarrolló como soporte de diseño, una interfaz de usuario simple pero potente. Sin embargo, a los dispositivos de Lattice sólo podían modificarse en línea, lo parámetros.

La firma Anadigm que se incorporó al mercado posteriormente, puso a disposición del diseñador analógico una serie de productos más versátiles. A diferencia de los anteriores, se basó en la tecnología de capacitor conmutado, desarrollando dispositivos que pueden variarse en línea, tanto la topología como parámetros. Partió del FPAA AN10E40 que estaba formado por 20 celdas denominadas módulos analógicos configurables como bloques constructivos CAB, capaces de implementar funciones analógicas simples. A medida que fue pasando el tiempo, viendo las aplicaciones que se le daba, se llegó a la conclusión que para una mejor optimización del circuito integrado, era preferible que contara con menor número de celdas. Así nació una nueva familia de FPPA de dos y cuatro celdas programables, AN221E02, AN120E04, AN121E04, AN220E04, AN221E04.

Cada unidad básica de un FPAA (Fig.7.20) Anadigm, está formada por un conjunto de AO, un comparador, un banco de capacitores y un conversor AD. La topología a generar queda definida por el contenido de un registro serie de almacenamiento temporario al cual se le envía la información de configuración y parámetros (Shadow) que los entrega a otro registro de características similares pero de almacenamiento continuo denominado SRAM.

Anadigm puso al servicio del diseñador un potente software denominado AnadidmDesigner2 que permite la generación, prueba y grabación del FPAA. En el caso de de filtros permite mediante la herramienta AnadigmFilter optimizar el diseño independientemente del tipo de filtro y de la aproximación empleada. Una vez aceptado por el usuario las características del filtro, permite implementarlo en el interior del circuito sin necesidad de que el usuario lo haga. También es posible realizar el procedimiento inverso, armar el filtro previamente desarrollado y usar AnadigmFilter para obtener las características reales del mismo.

Como ejemplo de aplicación, se mostraron las ventajas del uso de esta tecnología en el procesamiento de señales sísmicas. Finalmente, se realizó una breve descripción para generar mediante código C, la reconfiguración dinámica del FPAA.

Además de la limitación en frecuencia que puede presentar para algunas aplicaciones, ya que no es posible procesar señales de frecuencia superiores a 2MHz, en el momento que se quita la alimentación, desaparece el circuito en el interior del CI y para usarlo de nuevo hay que repetir el proceso de generación. Esto puede salvarse grabando en una memoria ROM o EEPROM el código de configuración.

7.11. Problemas propuestos

Nota:

Para la resolución de los problemas propuestos a continuación, es necesario disponer del ambiente AnadigmDesigner2^{R} que puede obtenerse en forma gratuita en la siguiente dirección web: www.anadigm.com

7.6.1. Implementar un amplificador inversor con ganancia de 20dB y excitarlo con un generador senoidal de 20kHz y amplitud de 100mVpp. Verificar que el circuito trabaje de acuerdo a las especificaciones.

7.6.2. Implementar un amplificador no inversor con ganancia de 30dB y excitarlo con un generador senoidal de 100kHz y amplitud de 10mVpp. Verificar que el circuito trabaje de acuerdo a las especificaciones.

7.6.3. Implementar un filtro pasa bajos no inversor con frecuencia de corte 1kHz y ganancia en la banda de paso de 0 dB. Ensayar el circuito con un generador con forma de onda, frecuencia y amplitud apropiada.

7.6.4. Repetir el problema anterior introduciendo las especificaciones de diseño en ambiente AnadigmFilter e implementarlo en un FPAA. A continuación excitarlo y verificar el funcionamiento usando el simulador funcional. Comparar resultados con los obtenidos en el problema anterior

7.6.5. Usando dos FPAA implementar el circuito del detector de umbral de la Fig. 7.37 y usando la combinación apropiada de CABs, diseñar un decodificador de tono para que cumpla la misma función [13]. Suponer que la señal de arribo es de 45kHz. Conectar las entradas de ambos circuitos a un generador senoidal apropiado y simular. Comparar los resultados de las señales obtenidas a la salida de cada sistema y obtener conclusiones.
Nota: Antes de la implementación, se recomienda revisar el diagrama en bloques y las características del decodificador de tono LM567 en [14].

7.12. Referencias

[1]- Caicedo-Grueso, R., Velazco-Medina, J. Diseño de Circuitos Análogos Usando FPAAs. Tesis de pregrado Grupo de Bioelectrónica y Nanoelectrónica, EIEE, Universidad del Valle, A. A. 25360, Cali, Colombia. 2002.

[2]- TRAC020LH. Totally Re-Configurable Analog Circuit - TRAC®. http://pdf.datasheetcatalog.com/datasheets/228/306843_DS.pdf

[3]- www.anadigm.com

[4]- PAC-Designer Systems 20. Lattice, Semiconductor Corporation. Anadigm 2002.

[5]- Floy, T. Programmable Analog Arrays. Electronics Devices, Chap. 19. Prentice Hall, 2013.

[6]- Blajevitch, J. Desarrollo de Herramientas para la Programación de Arreglos Analógicos (FPAA). Tesis de Graduación, Departamento de Electrónica y Automática, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de San Juan, 2005.

[7]- Veca, A. Arreglos Analógicos Configurables por Campo. Curso de posgrado EAMTA 2014. Facultad Regional Mendoza, UTN, 21, 22 y 23 de julio de 2014.

[8]- Veca, A., Imhof. A. Sensores Programables para Tomografía Sísmica de Suelos Basados en FPAA. Pp. 1/5-5/5. Ibersensor 2006, Montevideo, Uruguay, 25-29 de septiembre de 2006.

[9]- Imhof. A., Veca, A. Caracterización de Suelos Aluvionales Mediante Transmisión de Ondas Compresionales con Piezocristales en Celda Odométrica. Pp. 1/4-4/4. Ibersensor 2006, Montevideo, Uruguay, 25-29 de septiembre de 2006.

[10]- Veca, A., Análisis, Modelación y Caracterización de la Zona Ciega del Transductor Receptor, para Optimizar Sistemas de Ultrasonidos en Régimen Impulsivo. Tesis Doctoral. Editorial Universidad Nacional de San Juan, 2005.

[11]- Dynamic Programming Starter Guide – Subwoofer Filter. Rev: 1.0.1, Date: 25th February 2004. Anadigm

[12]- App Note – 208. Creating a DLL from AnadigmDesigner2 C-code. Rev: 1.0.2, Date: 10th July 2009. Anadigm.

[13]- Veca, A., Tramontín, J., Fullana, R. Medición de tiempo de transito con decodificador de tono. Nueva Telegráfica Electrónica, Nro. 28, pp. 107110. 1998.

[14]- http://pdf1.alldatasheet.com/datasheet-pdf/view/8984/NSC/LM567.html.

ANEXO A
Polos normalizados de Butterworth, Chebyshev y Bessel

Las tablas que se muestran a continuación están referenciadas a al texto del capítulo V.

A1.1. Polos de Butterworth

n = 1	-1,0000000				
n = 2	-0,7071068 ± j0,7071068				
n = 3	-1,0000000	-0,5000000 ± j0,8660254			
n = 4	-0,3826834 ± j 0,9238795	-0,9238795 ± j0,3826834			
n = 5	-1,0000000	-0,3090170 ± j0,9510565	-0,8090170 ± j0,5877852		
n = 6	-0,2588190 ± j0,9659258	-0,7071068 ± j0,7071068	-0,9659258 ± j0,2588190		
n = 7	-1,0000000	-0,2225209 ± j0,9749279	-0,6234898 ± j0,7818315	-0,9009689 ± j0,4338837	
n = 8	-0,1950903 ± j0,9807853	-0,5555702 ± j0,8314696	-0,8314696 ± j0,5555702	-0,9807853 ± j0,1950903	
n = 9	-1,0000000	-0,1736482 ± j0,9848078	-0,5000000 ± j0,8660254	-0,7660444 ± j0,6427876	-0,9396926 ± j0,3420201
n = 10	-0,1564345 ± j0,9876883	-0,4539905 ± j0,8910065	-0,7071068 ± j0.7071068	-0,8910065 ± j0,4539905	-0,9876883 ± j0,1564345

Tabla. 5.1. Polos normalizados de Butterworth

A1.2. Polos de Chebyshev

n	Raíces normalizadas				
1	-2,8627752				
2	-0,7128122 ± j 1,0040425				
3	-0,6264565	-0,3132282 ± j 1,02199275			
4	-0,1753531 ± j 1,0162529	-0,4233398 ± j 0,4209457			
5	-0,3623196	-0,1119629 ± j 1,0115574	-0,2931227 ± j 0,6251768		
6	-0,0776501 ± j 1,0084608	-0,2121440 ± j 0,7382446	-0,2897940 ± j 0,2702162		
7	-0,2561700	-0,0570032 ± j 1,006405	-0,1597194 ± j 0,8070770	-0,2308012 ± j 0,4478939	
8	-0,0436201 ± j 1,0050021	-0,1242195 ± j 0,8519996	-0,1859076 ± j 0,5692879	-0,2192929 ± j 0,1999073	
9	-0,1984053	-0,0344527 ± j 1,0040040	-0,0992026 ± j 0,8829063	-0,1519873 ± j 0,6553170	-0,1864400 ± j 0,3486869

Tabla 5.2 Polos normalizados Chebyshev para α = -3dB(ε = 1)

n	Raíces normalizadas				
1	-2,8627752				
2	-0,7128122 ± j 1,0040425				
3	-0,6264565	-0,3132282 ± j 1,02199275			
4	-0,1753531 ± j 1,0162529	-0,4233398 ± j 0,4209457			
5	-0,3623196	-0,1119629 ± j 1,0115574	-0,2931227 ± j 0,6251768		
6	-0,0776501 ± j 1,0084608	-0,2121440 ± j 0,7382446	-0,2897940 ± j 0,2702162		
7	-0,2561700	-0,0570032 ± j 1,006405	-0,1597194 ± j 0,8070770	-0,2308012 ± j 0,4478939	
8	-0,0436201 ± j 1,0050021	-0,1242195 ± j 0,8519996	-0,1859076 ± j 0,5692879	-0,2192929 ± j 0,1999073	
9	-0,1984053	-0,0344527 ± j 1,0040040	-0,0992026 ± j 0,8829063	-0,1519873 ± j 0,6553170	-0,1864400 ± j 0,3486869

Tabla 5.3 Polos normalizados Chebyshev para α = -0,5dB(ε = 0,349)

N	Raíces normalizadas				
1	-1,9652267				
2	-0,5488672 ± j 0,8951286				
3	-0,4941706	-0,2470853 ± j 0,9659987			
4	-0,1395360 ± j 0,9833792	-0,3368697 ± j 0,4073290			
5	-0,2894933	-0,0894584 ± j 0,9901071	-0,2342050 ± j 0,6119198		
6	-0,0621810 ± j 0,9934115	-0,1698817 ± j 0,7272275	-0,2320627 ± j 0,2661837		
7	-0,2054141	-0,0457089 ± j 0,9952839	-0,1280736 ± j 0,7981557	-0,1850717 ± j 0,4429430	
8	-0,0350082 ± j 0,9964513	-0,0996950 ± j 0,8447506	-0,1492041 ± j 0,5644443	-0,1759983 ± j 0,1982065	
9	-0,1593305	-0,0276674 ± j 0,9972297	-0,0796652 ± j 0,8769490	-0,1220542 ± j 0,6508954	-0,1497217 ± j 0,3463342

Tabla 5.4 Polos normalizados Chebyshev para α = -1dB(ε = 0,508)

A1.3. Polos de Bessel

n=1	-1				
n=2	-0.86602540378444 ±j0.5				
n=3	-0.94160002653321	-0.74564038584808 ±j0.71136662497284			
n=4	-0.65721117167188 ±j0.83016143500487	-0.90475879678825 ±j0.27091873300387			
n=5	-0.92644207738776	-0.85155361936884 ±j0.44271746394433	-0.59057594461192 ±j0.90720675645745		
n=6	-0.90939068304723 ±j0.1856964396793	-0.79965418583283 ±j0.56217173469373	-0.53855268166931 ±j0.96168768819543		
n=7	-0.91948715564903	-0.88000293415234 ±j0.32166527623077	-0.75273554340932 ±j0.65046963055226	-0.49669172566723 ±j1.00250850845442	
n=8	-0.90968315466529 ±j0.14124379766714	-0.84732508023593 ±j0.42590175382729	-0.71113818084854 ±j0.71865173141084	-0.46217404125321 ±j1.0343886811269	
n=9	-0.9154957797499	-0.89112170170798 ±j0.25265809345822	-0.8148021112269 ±j0.50858156896315	-0.67436226868548 ±j0.77305462126912	-0.43314155615536 ±j1.06007367013593
n=10	-0.90913473209005 ±j0.11395831373355	-0.86884596412848 ±j0.34300082337663	-0.78376944131014 ±j0.57591475384999	-0.64175138669883 ±j0.8175836167191	-0.40832207328689 ±j1.08127484281912

Tabla. 5.5. Polos normalizados de Bessel

ANEXO B

Resumen de transformaciones desde y hacia el prototipo

Transformación	Regla	Comentarios
LP a LP	$s \to s/w_x$	$w_x = w_{actual}/w_{anterior}$
LP a HP	$s \to w_x/s$	$w_x = w_{actual}/w_{anterior}$
LP a BP	$s \to \dfrac{s^2 + w_x^2}{s\,B_w}$	$w_x = frecuencia\,central$ $B_w = w_2 - w_1,\ w_2 w_1 = w_x^2$
LP a SP	$s \to \dfrac{s\,B_w}{s^2 + w_x^2}$	$w_x = frecuencia\,central$ $B_w = w_2 - w_1,\ w_2 w_1 = w_x^2$

Tabla B1. Transformaciones desde un Prototipo Pasa bajo

Transformación de un Prototipo de Filtro Paso bajo a Filtros Pasa banda y Para banda:
[ω_1 ω_2 ω_3 ω_4]=frecuencias en los bordes de las bandas. En los filtros Pasa banda, los bordes Pasa banda son ω_2 *y* ω_3. En los filtros Suprime banda, los bordes pasa banda son ω_1 *y* ω_4

Requerimientos	***Frecuencia Central***	***Elección de frecuencias en los bordes de la banda***
Fijadas w_2, w_3	$w_x^2 = w_2 w_3$	$Si\ w_1 w_4 < w_x^2,\ w_1 = w_x^2/w_4$ $Si\ w_1 w_4 > w_x^2,\ w_4 = w_x^2/w_1$
Fijadas w_1, w_4	$w_x^2 = w_1 w_4$	$Si\ w_2 w_3 < w_x^2,\ w_3 = w_x^2/w_2$ $Si\ w_2 w_3 > w_x^2,\ w_2 = w_x^2/w_3$
Fijada w_x	w_x	$Si\ w_1 w_4 < w_x^2,\ w_1 = w_x^2/w_4$ $Si\ w_1 w_4 > w_x^2,\ w_4 = w_x^2/w_1$
Compromiso	$w_x^2 = (w_1 w_2 w_3 w_4)^{1/2}$	$Si\ w_1 w_4 > w_2 w_3,\ w_3 = w_x^2/w_2\ w_4 = w_x^2/w_1$ $Si\ w_1 w_4 < w_2 w_3,\ w_2 = w_x^2/w_3\ w_1 = w_x^2/w_4$

Tabla B2. Transformaciones a un Prototipo Pasa bajo

ANEXO C

Listado de funciones punto m para la síntesis de filtros prototipos normalizados, genéricos, de Butterworth, Chebyshev y Cauer

MATLAB dispone de una biblioteca de funciones que facilitan el diseño de filtros, tanto analógicos como digitales. A continuación nos centraremos es éstos últimos:

[N, Wn] = buttord(Wp, Ws, Rp, Rs,'s')

Calcula el orden de un filtro pasa bajo digital de Butterworth, con Ws la frecuencia de pasa banda, Wp la para banda, y Rp y Rs las atenuaciones respectivas de pasa banda y suprime banda de trabajo en decibeles. Los valores de Wp y Ws pueden tomar cualquier valor en radianes. Para calcular el orden de otros tipos de filtro (pasa alto, pasa banda) deberemos aplicar primero las transformaciones al prototipo de filtro pasa bajo.

[N, Wn] = cheb1ord(Wp, Ws, Rp, Rs,'s')

Calcula el orden necesario para un filtro analógico pasa bajo de Chebyshev I, con las especificaciones dadas. Las mismas consideraciones que en el caso del filtro de Butterworth. Para el caso de un filtro analógico pasa bajo de Chebyshev II:

[N, Wn] = cheb2ord(Wp, Ws, Rp, Rs,'s')

Cuando se desea implementar un filtro analógico de Cauer (elíptico), se tiene:

[N, Wn] = ellipord(Wp, Ws, Rp, Rs,`s´)

Los coeficientes del denominador y numerador de la función de transferencia del filtro se determinan con las siguientes funciones:

[B,A] = butter(N,Wn,’s’)
[B,A] = cheby1(N,R,Wn,’s’)
[B,A] = cheby2(N,R,Wn,’s’)
[B,A] = ellip(N,Rp,Rs,Wn,’s’)

En el caso de tratarse de filtros pasa banda y suprime banda, Wn es un vector formado por las frecuencias de corte inferior y superior. Para obtener la respuesta en magnitud del filtro, se usa:

H = freqs(B,A,W)

Devuelve el vector H de números complejos, que es la respuesta frecuencial al filtro cuya función de transferencia en s viene dada por B y A. La respuesta frecuencial se evalúa en los puntos especificados por el vector W en radianes.

Ejemplo
Determinar el orden necesario para un filtro analógico con las siguientes especificaciones para ser implementado con Butterworth y Chebyshev I: Pasa banda 30-50Hz, para la banda < 5Hz y >200Hz, Ap<2dB, As>40dB.

Desarrollo

En primer lugar hacemos la transformación de Pasa banda a Paso bajo, de acuerdo con la Tabla C1. A continuación:

1- Recalculamos *f1*, *f1* = *f2 f3* / *f4* = 7.5Hz. La frecuencia de paso bajo es *f3* - *f2* = 20Hz, y la frecuencia del pasa alto es *f4* - *f1* = 192.5Hz.

```
[N,wn]=buttord(wp,ws,Ap,As,'s');
[N,Wn]=buttord(2*pi*20,2*pi*192.5,2,40,’s’)
N = 3 Wn = 2*pi*41.4736
[N,wn]=cheb1ord(wp,ws,Ap,As,'s');
[N,Wn]=cheb1ord(2*pi*20, 192.5,2,40,’s’)
N = 2 Wn = 2*pi*20
```

2- Determinamos los coeficientes del denominador y numerador de la función de transferencia.

```
[B,A] = butter(N,[w1 w2],’s’)
[B,A] = butter(3, 2*pi*[30 50],’s’)
B = 1.0e+006 * [0 0.0000 0.0000 1.9844 0.0000 0.0000 0.0000]
A = 1.0e+014 * [0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0001 0.0088 2.0766]
[B,A]= cheby1(N,Ap, [w1 w2],'s');
[B,A]= cheby1(2,2, 2*pi*[30 50],'s');
B = 1.0e+004 * [0 0.0000 1.0324 0.0000 0.0000]
A = 1.0e+009 * [0.0000 0.0000 0.0001 0.0060 3.5067]
```

3- La respuesta frecuencial del filtro diseñado

```
[H,w] = freqs(B,A)
```

En la Fig C1 se observa la respuesta en amplitud de los filtros diseñados.

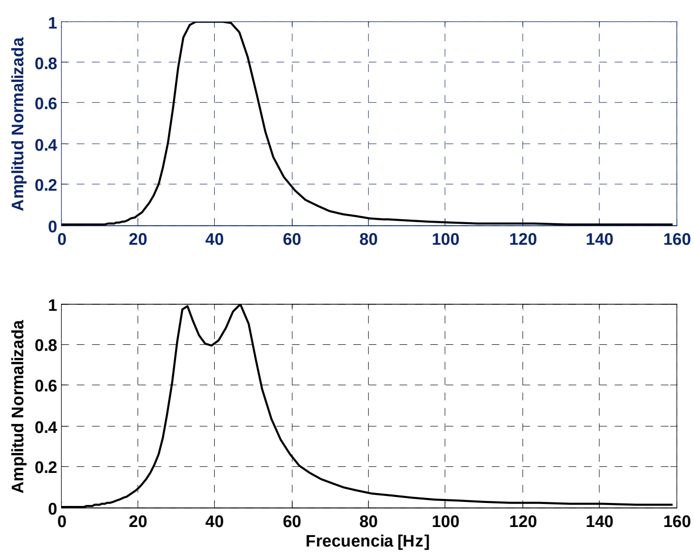


Figura C1. Respuesta en amplitud del filtro calculado (plot(w,abs(H)))
. Butterworth: registro superior, ChebyshevI: registro inferior

Parámetros de entrada Wp,Ws,Ap,As Especificaciones: wp,ws (filtros Pasa Bajo y Pasa Alto), [wp1 wp2], [ws1 ws2] (filtros Pasa Banda y Suprime banda), ap y as Salidas: [N Wn]	
Pasa Bajo	$Wp = wp, Ws = ws,\ Ap = ap,\ As = as \rightarrow [B1, A1] = lp2lp(B, A, Wn)$
Pasa Alto	$Wp = wp, Ws = ws,\ Ap = ap,\ As = as \rightarrow [B1, A1] = lp2hp(B, A, Wn)$
Pasa Banda	$Wp = [wp_1\ wp_2], Ws = [ws_1\ ws_2],\ Ap = ap,\ As = as \rightarrow [B1, A1] = lp2bp(B, A, wx, Bw)$ $wx^2 = wp_1 \cdot wp_2,\ Bw = wp_2 - wp_1$
Suprime Banda	$Wp = [wp_1\ wp_2], Ws = [ws_1\ ws_2],\ Ap = ap,\ As = as \rightarrow [B1, A1] = lp2bs(B, A, wx, Bw)$ $wx^2 = wp_1 \cdot wp_2,\ Bw = wp_2 - wp_1$

Tabla C1. Utilización de la función para calcular el orden de los filtros IIR analógicos (buttord, cheb1ord y cheb2ord)